

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ ИРКУТСКОЙ ОБЛАСТИ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ИРКУТСКОЙ ОБЛАСТИ  
«Профессиональное училище № 48, п. Подгорный»

## **МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ**

По учебной дисциплине «Математика: алгебра и начала математического анализа;  
геометрия»

**Профессия: 35.01.01. Мастер по лесному хозяйству**

2022 г.

Рассмотрено и одобрено на заседании  
предметно- цикловой комиссии  
общеобразовательных дисциплин  
протокол № 10 от "02" 06 2022 г.

Председатель ПЦК \_\_\_\_\_

Н.Ю.Елизарьева.



Методические рекомендации по выполнению практических работ по (УД,МДК)  
«Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия» разработаны на  
основе ФГОС среднего профессионального образования подготовки  
квалифицированных рабочих служащих, рабочей программы учебной дисциплины  
Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия для  
профессиональных образовательных организаций, Москва 2015 год.

**Организация-разработчик:**

Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение  
Иркутской области «Профессиональное училище № 48 п. Подгорный».

**Разработчик:** преподаватель математики ГБПОУ ПУ № 48 п. Подгорный  
Агеева Галина Александровна.

## **Введение**

Целью практических работ является закрепление теоретического материала по дисциплине, а также приобретение студентами практических навыков при решении различных математических задач, умению пользоваться справочными материалами.

Цель настоящего пособия – оказать помощь студентам в выполнении практических работ, а также облегчить работу преподавателя по организации практических занятий.

Пособие содержит вопросы повторения, описание работы, контрольные вопросы, основные выводы по каждой работе, список литературы.

После выполнения практической работы преподаватель выставляет оценку, результатам выполнения всех работ является допуск к экзамену по математике.

Методические рекомендации составлены в соответствии с рабочей программой (УД, МДК) «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия»

### **Освоить общие компетенции:**

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, исходя из цели и способов ее достижения, определенных руководителем.

ОК 3. Анализировать рабочую ситуацию, осуществлять текущий и итоговый контроль, оценку и коррекцию собственной деятельности, нести ответственность за результаты своей работы.

ОК 4. Осуществлять поиск информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач.

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

ОК 6. Работать в коллективе и команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, клиентами.

Учебным планом на практическую работу обучающихся предусмотрено 133 часа.

## **ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ**

<b>1.Развите понятия о числе</b>	<b>6 ч.</b>
<b>2.Корни, степени и логарифмы</b>	<b>18 ч.</b>
<b>3.Прямые и плоскости в пространстве</b>	<b>12 ч.</b>
<b>4.Элементы комбинаторики</b>	<b>6 ч.</b>
<b>5.Координаты и векторы</b>	<b>10 ч.</b>
<b>6.Основы тригонометрии</b>	<b>16 ч.</b>
<b>7.Функции, их свойства и графики</b>	<b>12 ч.</b>
<b>8.Многогранники и круглые тела</b>	<b>14 ч.</b>
<b>9.Начала математического анализа</b>	<b>26 ч.</b>
<b>10.Элементы теории вероятностей и математической статистики</b>	<b>3 ч.</b>
<b>11.Уравнения и неравенства</b>	<b>10 ч.</b>
<b>ВСЕГО:</b>	<b>133 часа.</b>

## Развитие понятия о числе: 6 часов

### Практическое занятие

**Тема:** Арифметические действия над числами, нахождение приближенных значений величин и погрешностей вычислений (абсолютной и относительной), сравнение числовых выражений.

**Цель:** Обобщить и систематизировать знания о действительных числах, закрепить умение работать с ними.

**Время выполнения:** 2 часа

**Оборудование:** карточки-задания, тетради, калькуляторы.

#### Содержание работы:

1. Повторите теоретический материал

2. Выполните практическую работу:

1 вариант

1. Найдите значение выражения а)  $\frac{a-b}{a+b}$  при  $a = -0,2$  и  $b = -0,6$ ; б)  $2y^2 + y + 3$  при  $y = -\frac{1}{3}$ .

2. Выполните действия:

а)  $(12 - 11\frac{4}{9}) \cdot 55,8 - 5\frac{4}{5} : (10 - 8,75)$ ;

б)  $\frac{1\frac{1}{5} : (\frac{17}{40} + 0,6 - 0,005) \cdot 1,7}{\frac{5}{6} + 1\frac{1}{3} - 1\frac{23}{30}}$ ; в)  $\frac{2\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{7} \cdot 1\frac{1}{5}}{3\frac{3}{5} \cdot 4\frac{2}{3} \cdot 5\frac{5}{7}}$

3. Длина комнаты 6,2 м ( $\pm 0,05$ ) и ширина ее 4,8 м ( $\pm 0,05$ ). В комнате имеется печка, занимающая площадь 1,4 кв.м ( $\pm 0,05$ ). Найти полезную площадь комнаты. Вычислить ее абсолютную и относительную погрешности вычислений.

4. Найдите относительную погрешность приближенного значения выражения  $\frac{3x^2}{\sqrt{y}}$ , где  $x = 5$ ,  $y = 3,1$ .

5. Сравните: а) -2,3 и 4,5; б) 1,23 и 1, 203; в) -5 и -5,2; г)  $\frac{4}{5}$  и  $\frac{1}{3}$ .

2 вариант

1. Найдите значение выражения а)  $\frac{x-y}{xy}$  при  $x = -2,5$  и  $y = -0,2$ ; б)  $3a^2 + a + 1$  при  $y = -\frac{1}{4}$ .

2. Выполните действия: а)  $(5,05 : \frac{1}{40} - 2,8 \cdot \frac{5}{6}) \cdot 3 + 16 \cdot 0,1875$ ; б)  $\frac{(1,75 \cdot \frac{2}{5} + 1,75 : 1\frac{1}{8}) \cdot 1\frac{5}{7}}{(\frac{17}{40} - 0,325) : \frac{1}{5} \cdot 0,4}$ ; в)  $\frac{3\frac{3}{5} \cdot 1\frac{1}{7} \cdot 4\frac{2}{3} \cdot 5}{5\frac{5}{7} \cdot 2\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{5}}$ .

3. Электрическая цепь состоит из трех последовательно соединенных проводников с сопротивлениями  $r_1 = 4,8 \pm 0,05$  (Ом),  $r_2 = 6,25 \pm 0,005$  (Ом),  $r_3 = 7,725 \pm 0,0005$  (Ом). Вычислите общее сопротивление цепи по формуле  $R = r_1 + r_2 + r_3$ . Найдите  $R$ ,  $\Delta R$  и  $\epsilon_R$ .

4. Найдите относительную погрешность приближенного значения выражения  $2y^4\sqrt{x}$ , где  $x = 2$ ,  $y = 0,3$ . 5. Сравните: а) 1,4 и - 14,5; б) 3,43 и 3,403; в) -3,4 и -4,3; г)  $\frac{4}{7}$  и  $\frac{2}{3}$ .

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради.

### Практическое занятие

**Тема :** Нахождение приближённых значений величин и погрешностей вычислений. Задачи профессиональной направленности.

**Цель:** Расширить понятие приближённых значений величин и погрешностей и выполнить работу последующему плану:

**Время выполнения:** 2 часа

**Оборудование:** карточки-задания, тетради.

#### Содержание работы:

1. Повторите материал лекции по теме «Приближенные вычисления»
2. Прочитайте теоретический материал, приведенный ниже
3. Повторите примеры решения заданий в аудитории

#### 4. Выполните задания для самостоятельной работы

### Теоретический материал

*Правила для выполнения действий без точного учета погрешностей:*

1. При сложении, вычитании приближенных чисел в результате следует сохранять столько десятичных знаков, сколько их имеется в данном, с наименьшим числом десятичных знаков.
2. При умножении и делении приближенных чисел в результате следует сохранять столько значащих цифр, сколько их имеется в данном с наименьшим числом значащих цифр.
3. При возведении в квадрат и куб в результате следует сохранять столько значащих цифр, сколько их имеется в основании степени.
4. При извлечении квадратных и кубических корней в результате следует сохранять столько значащих цифр, сколько их имеется в подкоренном числе.
5. При выполнении промежуточных действий в результате следует сохранять одну лишнюю (запасную) цифру, которую в окончательном результате отбрасывают.

**Определение:** Цифры, записанные справа от запятой, называются десятичными знаками числа.

**Определение:** Значащими цифрами числа называются все его верные цифры, кроме нулей, записанных левее первой отличной от нуля цифры.

**Определение:** Цифра  $\alpha$  в записи приближения называется верной, если абсолютная погрешность не превышает того разряда, в котором эта цифра записана. В противном случае цифра называется сомнительной.

**Критерии оценки результатов применяются ко всем практическим заданиям.**

#### Критерии оценки результата

Результативность	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
Правильно решены все задания уровней А,В	5	отлично
Правильно решены все задания уровней А,В, но есть вычислительная ошибка или недочеты в записи решения.	4	хорошо
Правильно решены все уравнения уровня А	3	удовлетворительно
Допущены ошибки в решении заданий уровня А, не приступали к решению заданий уровня В	2	неудовлетворительно
Или		

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
$85 \div 100$	5	отлично
$75 \div 85$	4	хорошо
$65 \div 75$	3	удовлетворительно
менее 65	2	неудовлетворительно

### Задания для самостоятельной работы

Применив правила для выполнения действий без точного учета погрешностей, выполните действия.  
Уровень А

1. Найти сумму  $x + y$  и разность  $x - y$ , если:

1 вариант	2 вариант
а) $x \approx 1,34$ ; $y \approx 2,30$ ;	а) $x \approx 4,331$ ; $y \approx 5,7$
б) $x \approx 2,0 \cdot 10^3$ ; $y \approx 1,25 \cdot 10^2$	б) $x \approx 1,25 \cdot 10^2$ ; $y \approx 7,1 \cdot 10^{-1}$

2. Найти произведение  $x \cdot y$  и частное  $\frac{x}{y}$ , если

1 вариант	2 вариант
а) $x \approx 1,26$ ; $y \approx 2,10$ ;	а) $x \approx 25,678$ ; $y \approx 1,23$
б) $x \approx 1,2 \cdot 10^2$ ; $y \approx 3 \cdot 10^2$	б) $x \approx 4,8 \cdot 10^2$ ; $y \approx 1,331 \cdot 10^{-2}$

3. Найдите значение выражения  $\frac{x \cdot y}{x^2 + y^2}$  для  $x \approx 1,34$ ;  $y \approx 2,30$ . Для вычисления рекомендуется

пользоваться калькулятором.

4. Вычислите, ответ округлите до 0,001.

1 вариант	2 вариант
а) $\frac{1,9 \cdot 6,3 \cdot 3,05}{5,3 \cdot 125}$ ;	а) $\frac{5,8 \cdot 6,55 \cdot 4,05}{12,4 \cdot 215}$
б) $\frac{0,815 \cdot 12,6 \cdot 5,05}{0,0854 \cdot 18,9}$	б) $\frac{0,0615 \cdot 19,8 \cdot 60,4}{3,08 \cdot 46,2}$

### Уровень В

5. Округлите число 23,1927 до сотых долей и найдите абсолютную и относительную погрешность приближения.
6. При измерении длины одного отрезка с точностью до 0,004 м, было найдено значение 3,27 м, а при измерении длины другого отрезка с точностью до 0,05 см получено 11,5 см. Какое измерение по своему качеству лучше?

**Форма представления работы:** тетрадь с выполненным заданием

### Практическое занятие

**Тема:** Комплексные числа и действия над ними.

**Цель:** закрепить и проверить теоретические знания в ходе выполнения упражнений, выработать навыки применения теоретических знаний на практике

**Время выполнения:** 2 часа

**Оборудование:** карточки-задания, тетради.

**Содержание работы:**

- 1.Повторите материал лекции по теме «Комплексные числа»
- 2.Прочитайте теоретический материал, приведенный ниже
- 3.Повторите примеры решения заданий в аудитории
- 4.Заполните таблицу

#### Задание для самостоятельной работы

	Задание	Теоретические сведения	Пример, решение
1	Определение комплексного числа.		
2	<b>Сложение комплексных чисел (образец)</b>	<b>Суммой двух комплексных чисел <math>a+bi</math> и <math>c+di</math> называется комплексное число <math>(a+c)+(c+d)i</math> т.е <math>(a+bi) + (c+di) = (a+c)+(c+d)i</math></b>	$(2+3i) + (-5+i) = (2+(-5)) + (3+1)i = -3+4i$
3	Вычитание комплексных чисел.		
4	Модуль комплексного числа.		
5	Умножение комплексных чисел.		
6	Деление двух комплексных чисел.		
7	Тригонометрическая форма комплексного числа.		
8	Показательная форма комплексного числа		

По итогам выполнения студент должен представить:- заполненную таблицу

**Форма отчётности:** тетрадь с выполненным заданием.

### **Корни, степени и логарифмы 18 часов.**

#### Практическое занятие

**Тема:** Нахождение значений степеней с рациональным показателем .Сравнение степеней

**Цель:** закрепить и проверить теоретические знания в ходе выполнения упражнений, выработать навыки применения теоретических знаний на практике.

**Время выполнения:** 1 час.

**Содержание работы:**

1. Повторите теоретический материал
2. Выполните практическую работу:

1. Вычислить:

1)  $64^{\frac{1}{2}}$ ; 2)  $27^{\frac{1}{3}}$ ; 3)  $8^{\frac{2}{3}}$ ; 4)  $81^{\frac{3}{4}}$ ;

1)  $2^{\frac{4}{5}} \cdot 2^{\frac{11}{5}}$ ; 2)  $5^{\frac{2}{7}} \cdot 5^{\frac{5}{7}}$ ; 3)  $9^{\frac{2}{3}} : 9^{\frac{1}{6}}$ ;



$$1) \left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} + \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{4}{3}};$$

Упростить выражение (77—78).

$$1) (a^4)^{-\frac{3}{4}} \cdot \left(b^{-\frac{2}{3}}\right)^{-6};$$

$$2) \left(\left(\frac{a^6}{b^{-3}}\right)^4\right)^{\frac{1}{12}} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{2}};$$

Вычислить

Сократить дробь:

$$1) \frac{y - 16y^{\frac{1}{2}}}{-};$$

$$2) \frac{a^{\frac{4}{5}} - b^{\frac{4}{5}}}{a^{\frac{2}{5}} - b^{\frac{2}{5}}}.$$

$$3) (0,001)^{-\frac{1}{3}} - 2^{-2} \cdot 64^{\frac{2}{3}} - 8^{-1\frac{1}{3}}; \quad 4) (-0,5)^{-4} - 625^{0,25} - \left(2\frac{1}{4}\right)^{-1\frac{1}{2}}.$$

### Контрольные вопросы:

1. Дать определение арифметического корня и степени с рациональным показателем.
2. Свойства корней.

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради.

### Практическое занятие

**Тема:** Сравнение чисел. Внесение множителя под знак корня, вынесение множителя из под знака корня

**Цель:** закрепить и проверить теоретические знания в ходе выполнения упражнений, выработать навыки применения теоретических знаний на практике.

**Время выполнения:** 1 час

Повторите теоретический материал

Вы можете воспользоваться справочным материалом.

### Самостоятельная работа

#### Текст задания

#### Вариант 1

1. Найдите значение числового выражения:

$$a) \sqrt[4]{(-11)^4} \quad \acute{a}) \sqrt[3]{25 \cdot 135}$$

2. Сравните числа  $\sqrt[6]{80}$  и  $\sqrt[3]{9}$

3. Решите уравнение: а)  $x^3 + 18 = 0$

#### Вариант 2

1. Найдите значение числового выражения:

$$a) \sqrt[6]{(-13)^6} \quad \acute{a}) \sqrt[3]{9 \cdot 375}$$

2. Сравните числа  $\sqrt[5]{7}$  и  $\sqrt[10]{47}$

3. Решите уравнение: а)  $x^3 + 24 = 0$

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради.

### Практическое занятие

**Тема:** Решение уравнений.

**Цель:** закрепить навыки решения иррациональных уравнений и неравенств, используя основные определения и алгоритм для решения иррациональных уравнений и неравенств.

**Время выполнения:** 1 час

**Содержание работы:**

1. Вспомним алгоритм решения иррационального уравнения:

1. Записать уравнение
2. Возвести обе части иррационального уравнения в нужную степень
3. Решить полученное уравнение
4. Проверить полученные корни уравнения, подставив их в исходное уравнение
5. Записать ответ.

2. Выполните практическую работу:

1.  $\sqrt{3x-5} = \sqrt{9-7x}$

2.  $\sqrt{6x-11} = x-1$

3.  $\sqrt{2-x^2} - \sqrt{x} = 1$

4.  $\sqrt{4-x} + \sqrt{5+x} = 3$

5.  $\sqrt{x^2 - 3x + 1} + 1 = x$

6.  $\sqrt{5x+7} - \sqrt{3x+1} = \sqrt{x+3}$

7.  $\sqrt{5x-2} + 2x + 1 = 0$

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради.

### Практическое занятие

**Тема:** Доказательство тождеств и упрощение выражений. Вычисление логарифмов с помощью основного свойства логарифма.

**Цель:** закрепить навыки вычисления логарифмов с помощью основного свойства логарифма, доказательство тождеств и упрощение выражений.

**Время выполнения:** 1 час

**Содержание работы:**

1. Повторите теоретический материал
2. Выполните практическую работу:

**42.3. Сравните числа:**

а)  $\log_4 7$  и  $\log_4 23$ ;

в)  $\log_9 \sqrt{15}$  и  $\log_9 13$ ;

б)  $\log_{\frac{2}{3}} 0,8$  и  $\log_{\frac{2}{3}} 1$ ;

г)  $\log_{\frac{1}{12}} \frac{1}{7}$  и  $\log_{\frac{1}{12}} \frac{2}{3}$ .

**42.4. Сравните с единицей число:**

а)  $\log_3 41$ ; б)  $\log_{2,3} 0,1$ ; в)  $\log_{\frac{1}{7}} 2,6$ ; г)  $\log_{\sqrt{7}} 0,4$ .

**43.2. а)  $\log_{144} 3 + \log_{144} 4$ ;**

**в)  $\log_{216} 2 + \log_{216} 3$ ;**

**б)  $\log_{\frac{1}{8}} 4 + \log_{\frac{1}{8}} 2$ ;**

**г)  $\log_{12} \frac{1}{2} + \log_{12} \frac{1}{72}$ .**

**43.4. а)  $\log_{\sqrt{3}} 6 - \log_{\sqrt{3}} 2\sqrt{3}$ ;**

**в)  $\log_{\frac{2}{3}} 32 - \log_{\frac{2}{3}} 243$ ;**

**б)  $\log_{\sqrt{2}} 7\sqrt{2} - \log_{\sqrt{2}} 14$ ;**

**г)  $\log_{0,1} 0,003 - \log_{0,1} 0,03$ .**

**43.5. б)  $(\log_3 2 + 3 \log_3 0,25) : (\log_3 28 - \log_3 7)$ .**

43.12. а)  $\log_2 4 \cdot \log_3 27$ ;      в)  $\log_{0,5} 0,25 \cdot \log_{0,3} 0,09$ ;  
 б)  $\log_5 125 : \log_4 16$ ;      г)  $\lg 1000 : \lg 100$ .

а)  $\log_{\frac{1}{2}} 4 \cdot \log_3 9 : \log_4 \frac{1}{4}$ ;      в)  $\log_3 81 : \log_{0,5} 2 \cdot \log_5 125$ ;  
 б)  $\log_{\sqrt{3}} 3\sqrt{3} : \log_{\frac{1}{7}} \sqrt{49} \cdot \log_5 \sqrt{5}$ ;      г)  $\log_{\sqrt{5}} 5\sqrt{5} \cdot \log_{0,3} \sqrt{0,3} : \lg 10\sqrt{0,1}$ .

а)  $\log_{\frac{1}{2}} 4 \cdot \log_3 9 : \log_4 \frac{1}{4}$ ;  
 б)  $\log_{\sqrt{3}} 3\sqrt{3} : \log_{\frac{1}{7}} \sqrt{49} \cdot \log_5 \sqrt{5}$ ;

○43.14. а)  $2^{2+\log_2 5}$ ;      б)  $5^{\log_5 16-1}$ ;      в)  $3^{1+\log_3 8}$ ;      г)  $8^{\log_8 3-2}$ .

○43.16. а)  $8^{\log_2 3}$ ;      б)  $\left(\frac{1}{9}\right)^{\log_{\frac{1}{3}} 13}$ ;      в)  $100^{\lg 5}$ ;      г)  $\left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{\frac{1}{2}} 5}$ .

○43.17. а)  $36^{\frac{1}{2}\log_6 18}$ ;      в)  $121^{\frac{1}{2}\log_{11} 35}$ ;  
 б)  $64^{\frac{1}{4}\log_8 25}$ ;      г)  $25^{\frac{1}{4}\log_5 9}$ .

○43.19. а)  $\sqrt[3]{81^{\log_9 6} - 7^{\log_7 9}}$ ;      б)  $\sqrt[4]{36^{\log_6 5} - 5^{\log_5 9}}$ .

○43.20. а)  $\frac{\log_7 25}{\log_7 5}$ ;      б)  $\frac{\log_{\frac{1}{2}} 9}{\log_{\frac{1}{2}} 27}$ ;      в)  $\frac{\log_4 36}{\log_4 6}$ ;      г)  $\frac{\log_{0,3} 32}{\log_{0,3} 64}$ .

### Контрольные вопросы:

1. Как выглядит основное логарифмическое тождество.
2. Свойства логарифма.

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради.

### Практическое занятие

**Тема:** Вычисление логарифмических выражений с использованием свойств логарифмов. Логарифмирование выражений по данному основанию. Изменение основания логарифма

**Цель:** отработать навыки вычисления логарифмов, используя правила действия с логарифмами, свойств логарифма, формулы перехода к новому основанию.

**Время выполнения:** 1 час

**Содержание работы:**

1. Повторите теоретический материал.
2. Выполните практическую работу:

### Задание.

1 вариант	2 вариант
1) $3^{2-\log_3 9}$	1) $4^{3-\log_4 64}$
2) $\log_2 \log_4 256$	2) $\log_3 \log_4 64$
3) $\frac{\log_5 27}{\log_5 9}$	3) $\frac{\log_3 8}{\log_3 16}$
4) $\frac{\log_5 36 - \log_5 12}{\log_5 9}$	4) $\frac{\log_7 8}{\log_7 15 - \log_7 30}$
5) $\frac{\log_2 24}{\log_{96} 2} - \frac{\log_2 192}{\log_{12} 2}$	5) $\frac{\log_2 192}{\log_{12} 2} - \frac{\log_2 24}{\log_{96} 2}$

6) $\log_2 0,8 - \log_2 1\frac{1}{8} + \log_2 22,5$ 7) $2\log_{\frac{1}{5}} 10 - \log_{\frac{1}{5}} 28 + \frac{3}{2}\log_{\frac{1}{5}} \sqrt[3]{49}$ 8) $\frac{\log_7 14 - \frac{1}{3}\log_7 56}{\log_6 30 - \frac{1}{2}\log_6 150} \quad (*)$	6) $\log_3 3,6 - \log_3 1,4 + \log_3 1\frac{1}{6}$ 7) $\frac{5}{3}\log_{\frac{2}{3}} \sqrt[5]{8} - 3\log_{\frac{2}{3}} 3 + \frac{1}{2}\log_{\frac{2}{3}} 36$ 8) $\frac{\log_2 24 - \frac{1}{2}\log_2 72}{\log_3 18 - \frac{1}{3}\log_3 72} \quad (*)$
--	---

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради.

### Практическое занятие

**Тема:** Доказательство тождеств. Нахождение выражения по его логарифму.

**Цель:** отработать навыки вычисления логарифмов, использования свойства логарифма.

**Время выполнения:** 1 час.

### Содержание работы:

1. Повторите теоретический материал.

2. Выполните практическую работу.

1. Найти значение логарифмических выражений:

а)  $2\log_5 25 + 3\log_2 64$ , б)  $\log_4 (\log_2 16)^2$ , в)  $\log_4 \frac{1}{16} - 4\log_3 \frac{1}{8}$ , г)  $2\log_5 125$   
 д)  $3\log_5 625 + 4\log_2 128$  е)  $\log_4 (\log_2 64)^2$  ж)  $\log_2 \frac{1}{16} + 5\log_3 \frac{1}{9}$  з)  $5\log_6 108$

1. Найти x из выражения:

а)  $\log_4 x = -3$ , б)  $\log_x \frac{1}{8} = -3$ , в)  $\log x = 3\log a - 2\log b + \log(a+c)$  г)  $\log_3 x = -3$ ,  
 д)  $\log_x \frac{1}{27} = -3$ , е)  $\log x = 5\log a + 7\log b + \log(a-c)$ .

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради.

### Практическое занятие

**Тема :** Решение простейших показательных уравнений

**Цель:** Формирование навыков решения показательных уравнений.

**Время выполнения:** 1 час.

### Содержание работы:

1. Повторите теоретический материал.

2. Выполните практическую работу:

**Решить уравнения и укажите способ его решения:**

1.

1)  $5^x = 125$ ;

2)  $4^x = 64$ ;

3)  $9^{-x} = 27$ ;

4)  $25^x = \frac{1}{5}$ ;

5)  $2^{x+3} = 32$ .

2.

1)  $\left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{3}{2}\right)^4$ ;

2)  $\left(\frac{4}{9}\right)^x = \left(\frac{3}{2}\right)^5$ ;

3)  $\left(\frac{2}{3}\right)^x \cdot \left(\frac{9}{8}\right)^x = \frac{27}{64}$ ;

4)  $2^{x^2-6x-2,5} = 16\sqrt{2}$ ;

$$5) \left(\frac{3}{7}\right)^{3x-7} - \left(\frac{7}{3}\right)^{7x-3} = 0.$$

3.

$$1) 3^x + 3^{x+1} = 108;$$

$$2) 7^x - 7^{x-1} = 6;$$

$$3) 5^{x+1} - 5^{x-1} = 24;$$

$$4) 3^{x-1} + 3^{x-2} + 3^{x-3} = 13;$$

$$6) 7^{x+2} + 4 \cdot 7^{x-1} = 347;$$

4.

$$1) 2^{2-x} = 2^{3x-3}$$

$$2) \left(\frac{4}{9}\right)^x = 3) 5^x \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{x-3} = \left(\frac{1}{125}\right)^x;$$

$$4) 2^x \cdot 5^x = 0,1 \cdot (10^{x-1})^5;$$

5.

$$1) 5^{2x} - 5^x - 600 = 0;$$

$$2) 9^x - 3^x - 6 = 0;$$

$$3) 4^x + 2^{x+1} = 80;$$

$$4) 3^x + 9^{x-1} - 810 = 80;$$

$$5) 4 + \frac{2}{3^x-1} = \frac{5}{3^x-1};$$

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради.

### **Практическое занятие**

**Тема:** Решение простейших логарифмических уравнений.

**Цель:** сформировать навыки решения простейших логарифмических уравнений. Научиться решать простейшие логарифмические уравнения, научиться определять область допустимых значений логарифмического выражения.

погрешности вычислений.

**Время выполнения:** 1 час

**Оборудование:** карточки-задания.

**Содержание работы:**

1. Повторите теоретический материал.

2. Выполните практическую работу:

**Задание.**

**Задание 1** варианта решаем коллективно, у доски, а остальные самостоятельно согласно своего варианта.

1 вариант

$$\log_3(2x+1) = 2$$

$$\log_5(x+4) + \log_5(2x+3) = \log_5(1-2x)$$

$$2\log_5^2 x + 5\log_5 x + 2 = 0$$

$$\log_{x+1}(2x^2+1) = 2$$

Вариант 2.

Решите уравнения: 1)  $\log_2(4x+5) = \log_2(9-2x)$ .

$$2) \lg(x+2) + \lg(x-2) = \lg(5x+10).$$

$$3) 2\log_4^2 x + \log_4 x - 3 = 0.$$

$$4) \log_{\frac{1}{7}}(x^2+x-5) = -1.$$

Вариант 3.

Решите уравнения: 1)  $\log_5(3x - 4) = \log_5(12 - 5x)$ .

2)  $2\lg(x - 1) + \lg(x + 1) = \lg(9x + 9)$ .

3)  $3\log_{\frac{1}{8}}^2 x + 5\log_{\frac{1}{8}} x - 2 = 0$ .

4)  $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 + 3x - 1) = -2$ .

#### Контрольные вопросы:

1. Какое уравнение называется простейшим логарифмическим?
2. Сколько решений имеет уравнение?
3. Что называется областью допустимых значений выражения?
4. Существует ли логарифм отрицательного числа?

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради.

#### Практическое занятие

**Тема:** Решение задач профессиональной направленности.

**Цель:** Овладение навыками нахождения приближенных значений величин и погрешностей вычислений. Научиться находить приближенные значения величин. Научиться находить погрешности вычислений.

**Время выполнения:** 2 часа

**Оборудование:** карточки-задания.

#### Содержание работы:

1. Повторите теоретический материал.
2. Выполните практическую работу:

#### Задание.

**Задание 1** варианта решаем коллективно, у доски 1 обучающийся, а остальные самостоятельно согласно своего варианта.

#### Вариант 1

1. Округлите разность чисел 156,739 и 109,537 до сотых, до десятых.
2. Округлите число 414,1823 до единиц, до десятков.
3. Найдите нижнюю и верхнюю границы следующих приближенных величин:  
а) 17,8 ( $\pm 0,1$ ); б) 36,5 ( $\pm 0,05$ ).
4. Найдите абсолютную погрешность следующих приближенных величин, если все значащие цифры их точные:

а) 124; б) 13,7; в)  $\frac{1}{7}$ .

5. Найдите относительную погрешность следующих приближенных величин, если все значащие цифры их точные:

а) 42,3; б) 142,484.

6. Амперметр дает точность  $\pm 0,02$  А. При измерении силы тока получили 10,63 А. Укажите границы этого числа.

#### Вариант 2

1. Округлите сумму чисел 44,722 и 213,42255 до десятых, до сотых.
2. Округлите число 23,4770 до десятков, до единиц.
3. Найдите нижнюю и верхнюю границы следующих приближенных величин:  
а) 24,3 ( $\pm 0,1$ ); б) 257,2 ( $\pm 0,07$ ).
4. Найдите абсолютную погрешность следующих приближенных величин, если все значащие цифры их точные:

а) 347;

б) 18,1;

в)  $\frac{1}{9}$ .

5. Найдите относительную погрешность следующих приближенных величин, если все значащие цифры их точные:

а) 3,75;

б) 15,7574.

6. Атомная масса водорода  $1,0082 \pm 0,0005$ . Укажите границы приближенного значения этого числа.

### Вариант 3

1. Округлите произведение чисел 5,611 и 50,55 до тысячных, до сотых.

2. Округлите число 333,0045 до единиц, до десятков.

3. Найдите нижнюю и верхнюю границы следующих приближенных величин:

а) 22,4 ( $\pm 0,2$ );

б) 3,85 ( $\pm 0,08$ ).

4. Найдите абсолютную погрешность следующих приближенных величин, если все значащие цифры их точные:

а) 743;

б) 1,75;

в)  $\frac{1}{13}$ .

5. Найдите относительную погрешность следующих приближенных величин, если все значащие цифры их точные:

а) 32,7;

б) 18,340.

6. Атомная масса меди  $63,44 \pm 0,15$ . Укажите границы приближенного значения этого числа.

### Вариант 4

1. Округлите разность чисел 25,904 и 4,2562 до десятых, до сотых.

2. Округлите число 2101,5060 до сотен, до единиц.

3. Найдите нижнюю и верхнюю границы следующих приближенных величин:

а) 27,7 ( $\pm 0,1$ );

б) 56,9 ( $\pm 0,05$ ).

4. Найдите абсолютную погрешность следующих приближенных величин, если все значащие цифры их точные:

а) 421;

б) 2,43;

в)  $\frac{1}{6}$ .

5. Найдите относительную погрешность следующих приближенных величин, если все значащие цифры их точные:

а) 12,6;

б) 218,161.

6. На рулетке написано  $l = 5 \pm 0,015$  м. Укажите границы приближенного значения этого числа.

### Контрольные вопросы:

1. Что называется приближенным значением с недостатком?
2. Что называется приближенным значением с избытком?
3. Что называется погрешностью приближения?
4. Как найти абсолютную погрешность приближения?
5. Что называется границей абсолютной погрешности?
6. Как найти относительную погрешность вычисления?
7. Что называется границей относительной погрешности?

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради.

### Практическое занятие

**Тема:** Нахождение значений логарифма по произвольному основанию. Переход от одного основания к другому.

**Цель:** Формирование умений вычисления логарифмов по произвольному основанию. Научиться находить значения логарифма на основе определения. Научиться выполнять преобразования выражений, применяя формулы, связанные со свойствами логарифмов.

**Время выполнения:** 1 час.

**Оборудование:** карточки-задания

### Содержание работы:

1. Повторите теоретический материал.
2. Выполните практическую работу:

**Задание 1** варианта решаем коллективно, у доски 1 обучающийся, а остальные самостоятельно согласно своего варианта.

### Вариант 1

1. Вычислите: 1)  $\log_2 16$ ; 2)  $\log_2 64$ ; 3)  $\log_2 2$ ; 4)  $\log_2 1$ .

2. Найдите значение выражения:

а)  $\log_2 15 - \log_2 \frac{15}{16}$ ;      б)  $\log_{10} 5 + \log_{10} 2$ ;

в)  $\log_3 6 + \log_3 \frac{3}{2}$ ;      г)  $\log_8 \frac{1}{16} - \log_8 32$ ;

д)  $\log_{11} \sqrt[3]{121}$ ;      е)  $\log_{\frac{1}{3}} \sqrt[4]{243}$ ;

ж)  $\frac{\log_5 27}{\log_5 9}$ ;      з)  $\frac{\log_5 36 - \log_5 12}{\log_5 9}$ ;

и)  $\frac{\log_2 24 - \frac{1}{2} \log_2 72}{\log_3 18 - \frac{1}{3} \log_3 72}$ ;      к)  $\log_5 \sqrt{7} + 2 \log_{25} \sqrt{7}$ ;

### Вариант 2

1. Вычислите: 1)  $\log_3 27$ ; 2)  $\log_3 81$ ; 3)  $\log_3 3$ ; 4)  $\log_3 1$ .

2. Найдите значение выражения:

а)  $\log_{\frac{1}{3}} 54 - \log_{\frac{1}{3}} 2$ ;      б)  $\log_{10} 8 + \log_{10} 125$ ;

в)  $\log_{12} 2 + \log_{12} 72$ ;      г)  $\log_5 75 - \log_5 3$ ;

д)  $\log_{13} \sqrt[5]{169}$ ;      е)  $\log_2 \frac{1}{\sqrt[6]{128}}$ ;

ж)  $\frac{\log_3 8}{\log_3 16}$ ;      з)  $\frac{\log_7 8}{\log_7 15 - \log_7 30}$ ;



$$\text{и) } \frac{\log_7 14 - \frac{1}{3} \log_7 56}{\log_6 30 - \frac{1}{2} \log_6 150};$$

$$\text{к) } 4 \frac{\log_7 2}{\log_7 80} + \log_{80} 5;$$

### Вариант 3

1. Вычислите: 1)  $\log_2 \frac{1}{2}$ ; 2)  $\log_2 \frac{1}{8}$ ; 3)  $\log_2 \sqrt{2}$ ; 4)  $\log_2 \frac{1}{\sqrt{2}}$

2. Найдите значение выражения:

а)  $\log_{10} 5 + \log_{10} 2$ ; б)  $\log_{10} 8 - \log_{10} 125$ ;

в)  $\log_2 15 - \log \frac{15}{16}$ ; г)  $\log_5 75 - \log_5 3$ ;

д)  $\frac{1}{2} \log_7 36 - \log_7 14 - 3 \log_7 \sqrt[3]{21}$  е)  $\log_8 12 - \log_8 15 + \log_8 20$ ;

ж)  $\frac{\log_2 24 - \frac{1}{2} \log_2 72}{\log_3 18 - \frac{1}{3} \log_3 72}$ ; з)  $\frac{\log_7 14 - \frac{1}{3} \log_7 56}{\log_6 30 - \frac{1}{2} \log_6 150}$ ;

и)  $\frac{\log_5 36 - \log_5 12}{\log_5 9}$ ; к)  $\frac{\log_7 8}{\log_7 15 - \log_7 30}$

### Контрольные вопросы.

1. Что называется логарифмом числа?  $\left(\frac{3}{2}\right)^8$
2. Каковы основные свойства логарифмов?
3. По какой формуле можно перейти от логарифма по одному основанию к логарифму по другому основанию?

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради.

### Практическое занятие

**Тема:** Вычисление и сравнение логарифмов. Логарифмирование и потенцирование выражений.

**Цель:** Овладение навыками логарифмирования и потенцирования выражений. Научиться выполнять преобразования выражений, применяя формулы, связанные со свойствами логарифмов.

**Время выполнения:** 1 час.

**Оборудование:** карточки-задания

#### Содержание работы:

1. Повторите теоретический материал.
2. Выполните практическую работу:

**Задание.**

**Задание 1** варианта решаем коллективно, у доски 1 обучающийся, а остальные самостоятельно согласно своего варианта.

#### Вариант 1

1. Найдите  $x$ : а)  $\lg x = \frac{1}{2} \lg 7 + \lg 5 - 2 \lg 3$

б)  $\log_3 x = \log_3 18 - \frac{1}{3} \log_3 8$ ;

в)  $\lg x = 2 \lg a - \frac{2}{3} \lg b + \lg c$ .

г)  $\log_3 x = 4 \log_3 a + 7 \log_3 b$

$$36^{-1.6} \cdot 36^{\frac{1-\lg 1}{6} \cdot 36} \left( 81^{\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \log_9 4} + 25^{\log_{125} 8} \right) \cdot 49^{\log_7 2}$$

2. Вычислите: 1)

2)

### Вариант 2

1. Найдите  $x$ : а)  $\log_4 x = 2\log_4 3 + \frac{1}{2}\log_4 49 - \frac{1}{3}\log_4 27$ ;

б)  $\lg x = \lg a + 2\lg b - \frac{1}{2}\lg c$ .

в)  $\lg x = 4\lg a - \frac{1}{3}2\lg b - \frac{2}{3}\lg c$ .

г)  $\log_{\frac{1}{2}} x = \frac{2}{3}\log_{\frac{1}{2}} a - \frac{1}{5}\log_{\frac{1}{2}} b$

2. Вычислите: 1)  $2^{1+3\log_2 5}$  2)  $36^{\log_6 5} + 10^{1-\log_{10} 2} - 8^{\log_2 3}$ .

### Вариант 3

1. Найдите  $x$ : а)  $\log_2 x = 2\log_2 3 + \frac{1}{2}\log_2 9$ ;

б)  $\lg x = \frac{4}{3}\lg a + 2\lg b - 3\lg c$ .

в)  $\lg x = \frac{3}{2}\lg a + \frac{1}{2}\lg b - 3\lg c$ .

г)  $\log_{\frac{2}{3}} x = \frac{1}{4}\log_{\frac{2}{3}} a + \frac{4}{7}\log_{\frac{2}{3}} b$

2. Вычислите: 1)  $16^{0.5\log_4 10+1}$  2)  $\left( 81^{\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \log_9 4} + 25^{\log_{125} 8} \right) \cdot 49^{\log_7 2}$ .

### Контрольные вопросы:

1. Каково основное логарифмическое тождество?

2. Существует ли логарифм нуля?

3. Логарифм по какому основанию называют натуральным, десятичным? Как обозначают эти логарифмы?

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради.

### Практическое занятие

**Тема:** Выполнение тестового задания по теме «Логарифмы».

**Цель:** проверить знания свойств логарифмов и умения вычислять их.

**Время выполнения:** 1 час.

**Содержание работы:**

### Вариант 1

#### Часть I

1. Вычислить:  $8 \cdot 10^{\lg 12}$

- а) 16;
- б) 48;
- с) 96;
- д) 168.

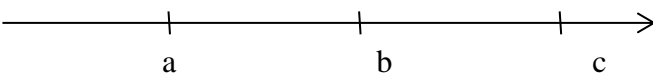
2. Вычислить:  $\log_6 216 \cdot \log_{\frac{1}{16}} \frac{1}{16}$

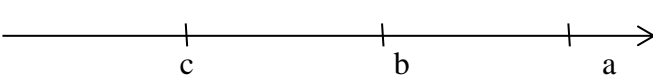
- а) 3;
- б) 13,5;

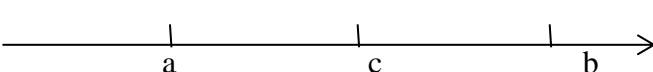
c) 36;

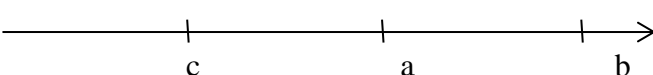
d) 4.

3. Даны числа:  $a = \log_{\sqrt{7}} 1$ ,  $b = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{64}$  и  $c = \log_3 \frac{1}{27}$ . Расположить числа в порядке возрастания.

a) 

b) 

c) 

d) 

4. Найти число  $x$ :  $\log_{\frac{1}{2}} x = -3$

a) 8;

b)  $\frac{1}{8}$ ;

c) 6;

d)  $\frac{1}{6}$ .

5. Вычислить:  $\log_9 810 - \log_9 10$

a) 1;

b) 2;

c) 3;

d) -1.

6. Упростить, применив основное логарифмическое тождество:  $3^{3+\log_3 2}$

a) 54;

b) 81;

c) 29;

d) 48.

7. Вычислить:  $2\log_{15} 3 + \log_{15} 25$

a) 1;

b) 2;

c) 3;

d) 4.

8. Найти значение выражения:  $\frac{\ln 169}{\ln 13} + 7$

a)  $\ln 13 + 7$ ;

b) 9;

c) 20;

d) 5.

9. Найти значение выражения:  $\log_4 \frac{64}{y}$ , если  $\log_4 y = -0,5$

Ответ: \_\_\_\_\_

10. Найти  $x$  по данному его логарифму:  $\log_{4.5} x = \log_{4.5} 19 + 3\log_{4.5} 2 - \log_{4.5} 38$

Ответ: \_\_\_\_\_

## Часть II

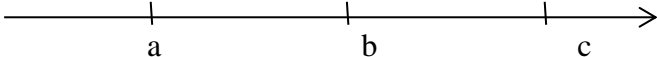
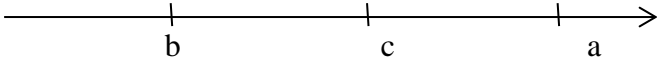
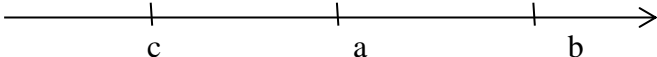
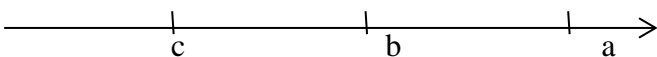
11. Найти  $x$  по данному его логарифму ( $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $c > 0$ ):

$$\lg x = \frac{1}{2} \lg 9a - 8 \lg b + 4 \lg c.$$

12. Вычислить:  $625^{\log_5 \sqrt[4]{7}} - 2^{\log_{0.5} 5}$ .

## Вариант 2

## Часть I

1. Вычислить:  $5 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^{\log_1 14}$ 
  - a) 70;
  - b) 35;
  - c) 10;
  - d) 205.
2. Вычислить:  $\frac{\log_4 64}{\lg 10}$ 
  - a) 16;
  - b) 3;
  - c) 4;
  - d)  $3^4$ .
3. Даны числа  $a = \log_2 \frac{16}{81}$ ,  $b = \log_{0,5} 32$  и  $c = \log_{\sqrt{5}} 1$ . Выбрать правильное расположение точек с координатами  $a$ ,  $b$ ,  $c$  на координатной прямой.
  - a) 
  - b) 
  - c) 
  - d) 
4. Найти число  $x$ :  $\log_6 x = -3$ 
  - a)  $\frac{1}{216}$ ;
  - b) 216;
  - c)  $\frac{1}{18}$ ;
  - d) 18.
5. Вычислить:  $\lg 125 + \lg 8$ 
  - a) 1;
  - b) 2;
  - c) 3;
  - d) 4.
6. Упростить, применив основное логарифмическое тождество:  $6^{2-\log_6 2}$ 
  - a) 75;
  - b) 15;
  - c) 25;
  - d) 18.
7. Вычислить:  $\log_3 96 - 5\log_3 2$ 
  - a) -1;
  - b) 1;
  - c) 2;
  - d) 3.
8. Найти значение выражения:  $\frac{\ln 196}{\ln 14} - 1$ 
  - a)  $\ln 14 - 1$ ;
  - b) 13;
  - c) 1;
  - d) 3.
9. Найти значение выражения:  $\log_5 (125y)$ , если  $\log_5 y = -0,5$

Ответ: \_\_\_\_\_

10. Найти  $x$  по данному его логарифму:  $\log_{\sqrt{6}} x = 2\log_{\sqrt{6}} 4 - \log_{\sqrt{6}} 8 + \log_{\sqrt{6}} 5$

Ответ: \_\_\_\_\_

## Часть II

11. Найти  $x$  по данному его логарифму ( $a > 0, b > 0, c > 0$ ):

$$\lg x = \frac{1}{2} \lg 16a + \frac{2}{5} \lg b - 3 \lg c.$$

12. Вычислить:  $64^{\log_2 \sqrt[3]{7}} + 3^{\log_{\frac{1}{3}} 4}$ .

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради.

## Практическое занятие

**Тема:** Решение уравнений.

**Цель:** проверить навыки решения уравнений.

**Время выполнения:** 2 часа

**Содержание работы:**

### ВАРИАНТ I

1. Решите уравнение:  $2^x = 32$ .

1) 5; 2) 16; 3) 2; 4) 0.

2. Решите уравнение:  $3^{x-1} = 27$ .

1) 2; 2) 4; 3) 10; 4) 8.

3. Решите уравнение:  $\log_3 x = 3$ .

1) 3; 2) 1; 3) 27; 4) -3.

4. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения:

$$\log_5 x + \log_5 9 = 3$$

1)  $[-10; -15]$ ; 2)  $(5; 10)$ ; 3)  $(10; 13)$ ; 4)  $[10; 15]$

5. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения:

$$\sqrt{x+1} = 1$$

1)  $[2; 5]$ ; 2)  $(-2; -1)$ ; 3)  $[-1; 1]$ ; 4)  $[1; 2]$

6. Решите уравнение:  $\log_7 (2x - 3) = \log_7 (x - 2)$ .

1) 5; 2) решений нет; 3) 1; 4) 3 (1/3)

7. Найдите сумму корней уравнения:

$$(1/3)^{2x} + 5(1/3)^x - 24 = 0$$

1) -1; 2) 11; 3) -5; 4) 1.

### ВАРИАНТ II

1. Решите уравнение:  $4^x = 64$ .

1) 3; 2) 16; 3) 4; 4) 8.

2. Решите уравнение:  $4^{x+5} = 16$ .

1) 3; 2) -3; 3) 7; 4) 9.

3. Решите уравнение:  $\log_4 2x = 3$ .

1) 3; 2) 6; 3) 32; 4) 1,5.

4. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения:  $\sqrt{2x+5} = 4$

1)  $[0; 5]$ ; 2)  $(0; 5)$ ; 3)  $(6; 7)$ ; 4)  $[5; 7]$

5. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения:

$$\log_7 (3x - 5) = \log_7 (x - 3)$$

1) 2; 2) 4; 3) решений нет; 4) 1.

6. Найдите произведение корней уравнения :

$$\lg^2 x - 4 \lg x - 5 = 0.$$

1) 5; 2)  $10^4$ ; 3) 10; 4) 5; –1.

7. Решите уравнение  $3^x + 3^{x+1} = 4$ .

1) 0; 2) 1; 3) 3; 4) –1.

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради.

### **Практическое занятие**

**Тема:** Решение задач профессиональной направленности

**Цель:** Показать, как основы математики находят применение в практической деятельности.

**Время выполнения:** 3 часа.

#### **Содержание работы:**

Задания с нечётными номерами выполняются коллективно с разбором. Все чётные обучающие выполняют самостоятельно.

1. Количество автомобилей в городе ежегодно растёт на 3%. Через сколько лет количество автомобилей в этом городе увеличится в 1,5 раза?
2. Какова была численность населения города 10 лет назад, если в настоящее время в городе проживает 300 тыс. человек, а ежегодный прирост составляет 3,5 %?
3. Стоимость оборудования автомастерской 500 тыс. рублей. Известно, что через 10 лет стоимость этого оборудования в следствии амортизации будет равна 200 тыс. рублей.  
Найти % ежегодной амортизации оборудования.
4. Расстояние от Урана до Солнца равно 2871,2 млн. км. Выразить это расстояние числом, записанным в стандартном виде.
5. 1 января 2020 года Иван Петрович взял в банке 1.1 млн. рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая- 1 числа каждого месяца банк начисляет 1% на оставшуюся сумму долга ( т.е. увеличивает долг на 1%), затем Иван Петрович переводит в банк платёж. На какое минимальное количество месяцев Иван Петрович может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 275 тыс. рублей ?
6. Два лесничих вышли из сторожки одновременно, один пошёл на запад со скоростью 3 км/час, другой на север со скоростью 4 км/час. Какое расстояние будет между ними спустя 5 часов?
7. Два сотрудника лесной охраны одновременно выехали на снегоходах от опушки леса, 1 поехал в южном направлении со скоростью 36 км/час, 2- в восточном направлении со скоростью 64 км/час. На каком расстоянии друг от друга будут охранники через 4 часа?
8. Численность хвойных деревьев в двух парках города в 2019 году составляла 220 деревьев.  
Через год число деревьев в 1 парке увеличилось на 10%, а во 2- на 20%. В результате общее количество хвойных деревьев в двух парках составило 250.  
Сколько хвойных деревьев было в каждом парке в 2019 году?

**Форма отчётности:** письменная работа, оформленная в тетради.

### Практическое занятие

**Тема:** Практическая работа на определение взаимного расположения прямых и плоскостей в пространстве.

**Цель:** отработать навыки распознавать на чертежах различные случаи взаимного расположения прямых, используя формулировку определений, признаков и свойств расположения прямых и применение признаков и свойств при решении задач.

**Время выполнения:** 2 часа.

#### Содержание работы:

1. Повторите теоретический материал.

2. Выполните практическую работу:

#### Задание.

Ответить на вопрос и выполнить рисунок.

1. Прямые  $m$  и  $n$  лежат в одной плоскости. Могут ли эти прямые пересекаться, быть параллельными, могут ли они скрещиваться?

2. Прямые  $b$  и  $c$  пересекаются. Как расположена прямая  $b$  относительно прямой  $d$ , если  $c \parallel d$ ?

3. Даны скрещивающиеся прямые  $c$  и  $d$ . Как может быть расположена прямая  $a$  относительно  $m$ , если  $m \parallel d$ ?

4. Прямые  $b$  и  $d$  пересекаются. Как расположена прямая  $b$  относительно  $c$ , если  $c$  и  $d$  пересекаются?

5. Даны скрещивающиеся прямые  $m$  и  $n$ . Как может быть расположена прямая  $m$  относительно прямой  $c$ , если  $c$  и  $n$  пересекаются?

II. Выполнить рисунок и заполнить таблицу.

В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  точка  $M$  – середина  $B_1 C_1$ ,  $F$  – середина  $D_1 C_1$ ,  $K$  – середина  $DC$ ,  $O$  – точка пересечения диагоналей квадрата  $ABCD$ .

	Прямые	Взаимное расположение прямых
1	$AA_1$ и $CC_1$	
2	$A_1 C_1$ и $B_1 D_1$	
3	$A_1 C_1$ и $C_1 D_1$	
4	$A_1 M$ и $CC_1$	
5	$A_1 D$ и $DC_1$	
6	$A_1 C_1$ и $BD$	
7	$A_1 C$ и $AC$	
8	$A_1 B$ и $D_1 C$	
9	$A_1 C$ и $BB_1$	
10	$A_1 D$ и $AB$	
11	$A_1 M$ и $BC$	
12	$A_1 M$ и $BK$	
13	$C_1 K$ и $B_1 F$	



14	$C_1O$ и $AB_1$	
15	$A_1O$ и $B_1D$	

### Контрольные вопросы

1. Что изучает стереометрия?
2. Какие существуют основные фигуры в пространстве?
3. Какие аксиомы существуют в стереометрии?
4. Какие следствия из аксиом существуют в стереометрии?
5. Какие прямые в пространстве называются параллельными?
6. Какие прямые называются скрещивающимися?
7. Какие прямые в пространстве называются перпендикулярными?

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради.

### Практическое занятие

**Тема:** Практическая работа на построение сечений в кубе, параллелепипеде и треугольной пирамиде.

**Цель:** Продолжить формирование умения анализировать чертеж, выделять главные элементы при работе с моделью многогранника, намечать ход решения задачи, предвидеть конечный результат. Отработать навыки решения задач на построение сечений многогранников.

**Время выполнения:** 1 час.

**Оборудование:** карточки-задания

**Содержание работы:**

1. Повторите теоретический материал.
2. Выполните практическую работу:

**Задание.**

#### 1 вариант

1. Изобразите тетраэдр  $ACBS$ . Постройте сечение плоскостью, параллельной основанию и проходящей через точку  $M$  – середину стороны  $AS$ . Обозначьте и запишите данное сечение.
2. Изобразите наклонный параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Постройте его диагональное сечение, проходящее через точку  $A$ .

#### 2 вариант

1. Изобразите тетраэдр  $ACBS$ . Постройте сечение плоскостью, параллельной основанию и проходящей через точку  $K$  – середину стороны  $CS$ . Обозначьте и запишите данное сечение.
2. Изобразите наклонный параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Постройте его диагональное сечение, проходящее через точку  $B_1$ .

Контрольные вопросы:

- Что такое секущая плоскость?
- Как можно задать секущую плоскость?
- Что такое сечение тетраэдра (параллелепипеда)?
- Какие многоугольники мы получали при построении сечений тетраэдра?
- А какие многоугольники мы можем получить при построении сечений параллелепипеда?

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради.

### Практическое занятие

**Тема:** Решение задач по теме «Параллельность прямых и плоскостей».

**Цель:** закрепить навык применения изученных теорем и определений при решении задач;

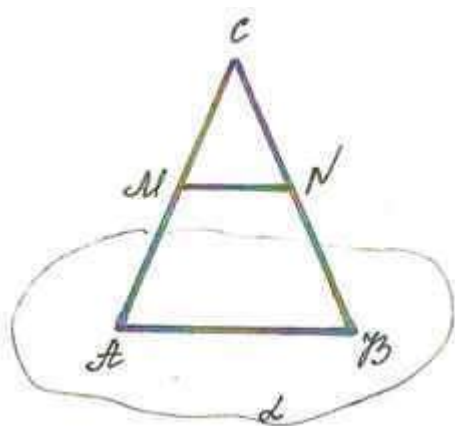
**Время выполнения:** 2 часа.

**Содержание работы:**

1. Повторите теоретический материал.
2. Выполните практическую работу:

**Задание.**

Задача 1 (условие и рисунок к задаче записаны на экране)



Дано:

$\triangle ABC$ ,

$AB \in \alpha, C \notin \alpha$ ,

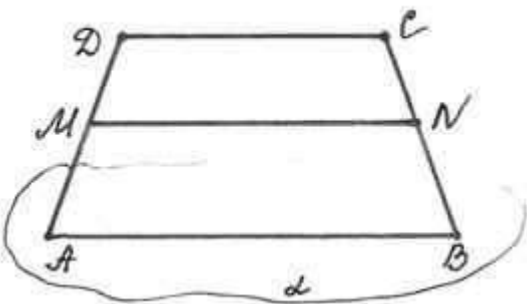
$AM = MC$ ,

$CN = NB$ .

---

Доказать:  $MN \parallel \alpha$ .

Задача 2



Дано:

ABCD - трапеция,

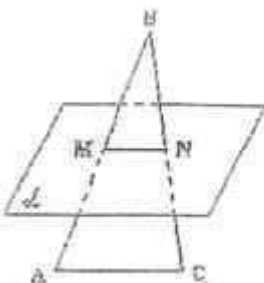
$AB \in \alpha, CD \notin \alpha$ ,

$AM = MD, CN = NB$ .

---

Доказать:  $MN \parallel \alpha$ .

Задача 3.



Дано:

$\triangle ABC, AC \parallel \alpha$ ,

$AB \cap \alpha = M$ ,

$BC \cap \alpha = N$ .

---

Доказать:  $\triangle ABC$  подобен  $\triangle MBN$

Задача 4. На сторонах AB и AC треугольника ABC взяты соответственно точки D и E так, что  $OE = 5$  см и  $BD = \frac{2}{3}$ . Плоскость  $\alpha$  проходит через точки B и C и параллельна отрезку OE. Найдите длину отрезка BC.

Задача 5. Отрезок АВ не пересекает плоскость  $\alpha$ . Через середину отрезка С и концы отрезка А и В проведены прямые, параллельные между собой и пересекающие плоскость  $\alpha$  в точках  $A_1, B_1, C_1$ . Вычислить длину отрезка  $CC_1$ , если  $AA_1 = 5, BB_1 = 7$ .

Задача 6. Точка М лежит на отрезке АВ. Отрезок АВ пересекается с плоскостью  $\alpha$  в точке В. Через А и М проведены параллельные прямые, пересекающие  $\alpha$  в точках  $A_1$  и  $M_1$ .

а) Докажите, что  $A_1, M_1$  и В лежат на одной прямой.

б) Найдите длину отрезка АВ, если  $AA_1 : MM_1 = 3 : 2, AM = 6$ .

Контрольные вопросы:

1. Какие две прямые в пространстве называются параллельными?

2. Сформулируйте теорему о параллельных прямых.

3. Какие прямая и плоскость называются параллельными?

4. Сформулируйте признак параллельности прямой и плоскости.

5. Верно ли утверждение: если одна из двух прямых параллельна плоскости, а вторая пересекает эту плоскость, то прямые параллельны.

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради.

### Практическое занятие

**Тема:** Решение задач по теме «Перпендикулярность прямых и плоскостей».

**Цель:** закрепить навык применения изученных теорем и определений при решении задач;

**Время выполнения:** 2 часа.

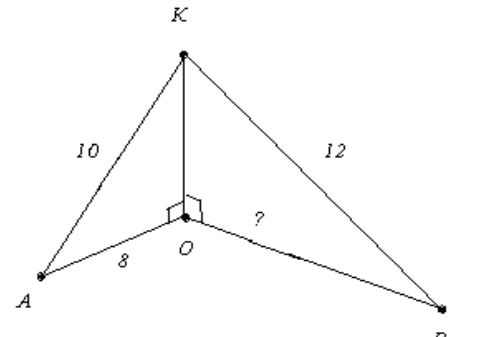
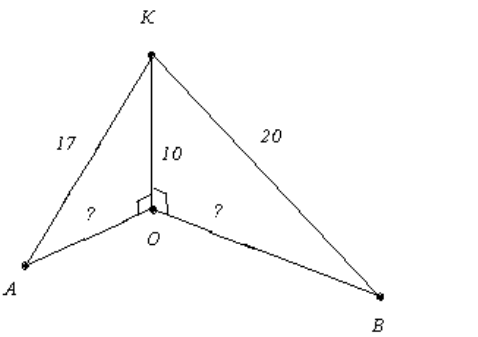
**Содержание работы:**

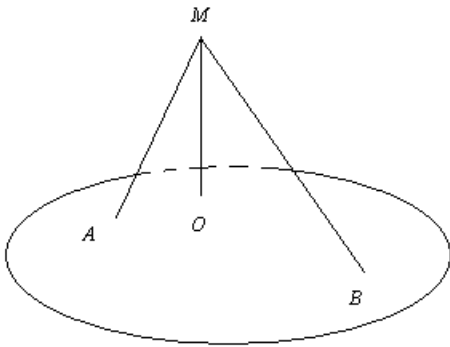
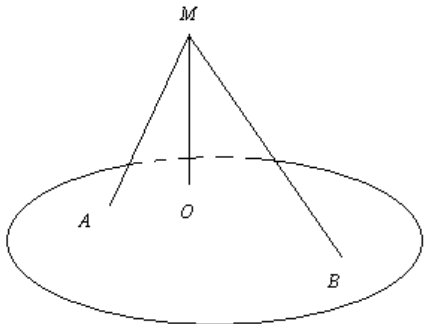
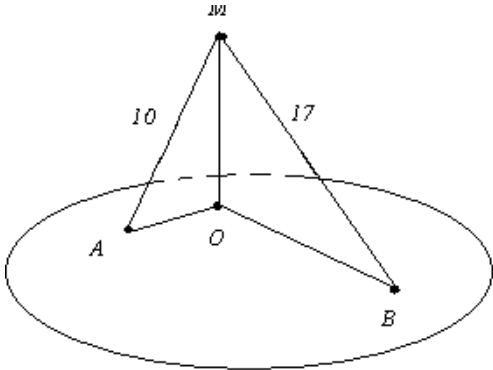
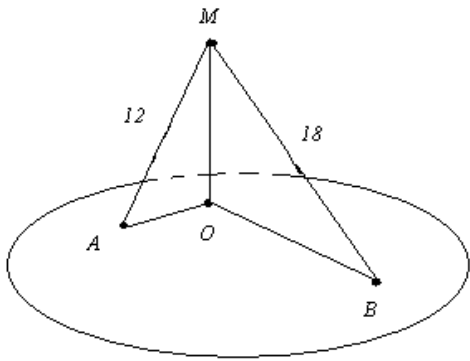
1. Повторите теоретический материал.

2. Выполните практическую работу:

**Задание.**

**Решите задачи по готовому чертежу:**

<p><b>1</b></p>  <p>Найдите: проекцию наклонной KB</p>	<p><b>2</b></p>  <p>Найдите длины проекция наклонных АК и ВК</p>
<p><b>3</b></p>	<p><b>4</b></p>

 <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Постройте проекции наклонных</li> <li>2. Найдите длины проекций, если <math>MA = 10</math>, <math>MB = 17</math>, <math>MO = 8</math></li> </ol>	 <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Постройте проекции наклонных</li> <li>2. Найдите длины проекций, если <math>\angle AMO = 60^\circ</math>, <math>\angle BMO = 45^\circ</math>, <math>MO = 16</math> см</li> </ol>
<p><b>5</b></p>  <p>Найти расстояние от точки М до плоскости, если длины проекций пропорциональны числам 2 и 5</p>	<p><b>6</b></p>  <p>Найдите длины проекций наклонных, если одна из них на 10 см больше другой</p>

Контрольные вопросы:

1. Какие прямые в пространстве называются перпендикулярными?
2. Сформулируйте лемму о перпендикулярности двух параллельных прямых к третьей
3. Какая прямая называется перпендикулярной к плоскости?
4. Сформулируйте теоремы, устанавливающие связь между параллельностью прямых и их перпендикулярностью к плоскости.
5. Сформулируйте признак перпендикулярности прямой и плоскости.
6. Что называется расстоянием от точки до плоскости?

**Форма отчетности** – письменная работа, оформленная в тетради.

### **Практическое занятие**

**Тема:** Решение задач профессиональной направленности

**Цель:** Применение математических знаний и умений при решении задач профессиональной

направленности и задач в различных сферах деятельности.

**Время выполнения :** 5 часов.

**Оборудование:** карточки- задания, тетради, конспекты.

**Содержание работы:**

Задачи, вызывающие затруднения решаются коллективно с разбором у доски.

1. Дачный участок имеет форму прямоугольника со сторонами 20 и 30 метров. Хозяин планирует обнести его забором и разделить таким же забором на две части, одна из которых имеет форму квадрата. Найдите суммарную длину забора в метрах.
  2. Дачный участок имеет форму прямоугольника, стороны которого равны 30 метров и 40 метров. Дом, расположенный на участке также имеет форму прямоугольника, стороны которого равны 5 и 6 метров. Найдите площадь оставшейся части участка, не занятой домом. Ответ дайте в квадратных метрах.
  3. Перила лестницы дачного дома для надёжности укреплены посередине вертикальным столбом. Найти высоту столба, если наименьшая высота перил 1,25 метра, а наибольшая высота 2,25 метра. Ответ дайте в метрах.
  4. Короткое плечо колодца с «журавлём» имеет длину 2 м, а длинное плечо – 5 м. На сколько метров опустится конец длинного плеча, когда конец короткого поднимется на 1 метр?
  5. От столба высотой 9 м к стене дома протянут провод, который крепится к стене на высоте 4 м от земли. Расстояние от стены до столба равно 12 м. найти длину провода.
  6. Лестницу длиной 2 м прислонили к дереву. На какой высоте (в метрах) находится верхний её конец, если нижний конец отстоит от ствола дерева на 1,2 м?
  7. Флагшток удерживается в вертикальном положении при помощи троса. Расстояние от основания флагштока до места крепления троса на земле равно 1,6 м. длина троса равна 3,4 м. Найти расстояние от земли до точки крепления троса. Ответ дайте в метрах.
  8. Наклонная крыша установлена на трёх вертикальных опорах, основания которых расположены на одной прямой. Средняя опора стоит посередине между малой и большой опорами. Высота средней опоры 2,2 м, высота большей опоры 2,5 м. Найти высоту меньшей опоры. Ответ дайте в метрах.
  9. Проектор полностью освещает экран высотой 50 см, расположенный на расстоянии 200 см от проектора. На каком наименьшем расстоянии (в сантиметрах) от проектора нужно расположить экран высотой 400 см, чтобы он был полностью освещён, если настройки проектора остаются неизменными?
  10. Детская горка укреплена вертикальным столбом, расположенным посередине спуска. Найдите высоту этого столба, если высота горки равна 3, 4 м. Ответ дайте в метрах.
  11. У двух садоводов одинаковые прямоугольные участки размером 24 м х 30 м с общей границей. Садоводы выкопали общий круглый пруд площадью 140 квадратных метров, причём граница участков прошла точно через центр пруда. Какова площадь (в квадратных метрах) оставшейся части участка каждого садовода?
- Форма отчетности** – письменная работа, оформленная в тетради.

### **Элементы комбинаторики 6 часов.**

#### **Практическое занятие**

**Тема:** История развития комбинаторики, теории вероятностей и статистики и их роль в различных сферах человеческой жизнедеятельности. Правила комбинаторики. Решение комбинаторных задач. Размещения, сочетания и перестановки.

**Цель:** закрепить знания и навыки в решении комбинаторных задач

**Время выполнения:** 1 час.

#### **Содержание работы:**

1. Повторите теоретический материал.

2. Выполните практическую работу:

**Задание:** выполняется всей группой вместе с преподавателем.

1. Сколькими способами можно расставлять на одной полке шесть различных книг?
2. Сколько вариантов распределения на практику в три ресторана различного профиля можно составить для пяти студентов?

3. Из группы в 25 человек нужно выделить четырех для работы официантами на банкете.

**Задания для самостоятельного решения**

1. Вычислить  $\frac{6!-4!}{3!}$

2. Вычислить  $\frac{5!3!}{6!}$

3. Упростить  $\frac{(n-1)!}{(n+2)!}$

4. Упростить  $\frac{1}{n!} - \frac{1}{(n+1)!}$

5. Вычислить  $\frac{P_6 - P_5}{P_4}$

6. Вычислить  $A_8^4$

7. Вычислить  $C_{10}^4$

8. Сколько слов можно получить, переставляя буквы в слове «солнце», «молоко»?

9. Сколько двузначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 8, 9 так, чтобы в каждом числе не было одинаковых цифр?

10. Учащиеся изучают 12. Предметов. Сколькими способами можно составить расписание уроков на один день так, чтобы 6 уроков были различными?

11. Сколькими способами можно составить дежурство по классу по 4 человека, если в классе 28 человек?

12. Решить уравнение  $C_{x-2}^2 = 21$

**Контрольные вопросы:**

Какой раздел математики называют комбинаторикой?

Какой отличительной чертой отмечены все задачи по комбинаторике?

Что понимаем под понятием «перестановки»?

Что понимаем под понятием «сочетание»?

Что понимаем под понятием «размещение»?

Как отличить, какая задача на «перестановки», «сочетания», «размещения»?

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради.

**Практическое занятие.**

**Тема:** Бином Ньютона и треугольник Паскаля. Прикладные задачи. Решение задач на перебор вариантов.

**Цель:** сформировать знания и навыки в вычислении перестановок, размещений и сочетаний комбинации, в применении формул комбинаторики для упрощения выражений, решении уравнений, разложении степени бинома.

**Время выполнения:** 1 час.

**Оборудование:** карточки-задания

**Содержание работы:**

1. Повторите теоретический материал.

2. Выполните практическую работу:

**Задание**

I вариант

1. На странице альбома 6 свободных мест для фотографий. Сколькими способами можно вложить в свободные места 4 фотографии?
2. Сколькими способами 4 человека могут разместиться на четырехместной скамейке?
3. Из лаборатории, в которой работают заведующий и 10 сотрудников, надо отправить 5 человек в командировку. Сколькими способами это можно сделать, если заведующий должен ехать в командировку обязательно?
4. Найти разложение степени бинома:

а)  $(\frac{y}{3} - 3)^5$     б)  $(2+a)^4$

5. Упростить  $\frac{m!(m+2)}{(m+2)!}$

6. Вычислить: а)  $C_{12}^{10}$ ; б)  $A_7^3 + A_6^3 + A_5^3$ ; в)  $C_{20}^{12} = \frac{A_{20}^8}{P_8}$

7. Решить уравнение  $A_7^3 = 42x$

#### II вариант

1. На странице альбома 6 свободных мест для фотографий. Сколькими способами можно вложить в свободные места 6 фотографий?
2. Из 30 участников собрания надо выбрать председателя и секретаря. Сколькими способами это можно сделать?
3. Для ремонта колледжа прибыла бригада, состоящая из 12 человек. Трех из них надо отправить на третий этаж. Сколькими способами это можно сделать?
4. Найти разложение степени бинома:

а)  $(3x + \frac{1}{3})^4$ ; б)  $(v-2)^5$

5. Упростить  $\frac{(k+4)!(k+5)}{(k+6)!}$

6. Вычислить: а)  $C_8^5$ ; б)  $A_6^3 + A_5^2 + A_4^3$ ; в)  $C_{15}^4 - C_{15}^3 = \frac{C_{16}^4}{2}$

7. Решить уравнение

$$\frac{x}{A_x^3} = \frac{1}{12}$$

Контрольные вопросы:

1. Дать определение комбинаторики.
2. Записать формулы числа перестановок, размещений, сочетаний.
3. Записать формулу разложения бинома.

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради

#### Практическое занятие

**Тема:** Решение задач профессиональной направленности

**Цель:** Применение математических знаний и умений при решении задач профессиональной

направленности и задач в различных сферах деятельности.

**Время выполнения : 4 часа.**

**Оборудование:** карточки- задания

**Содержание работы:**

Повторить формулы, по которым вычисляются перестановки, сочетания, размещения.  
Способы построения диаграмм по имеющимся данным.  
Нечётные задания выполняем самостоятельно, чётные- с разбором у доски.

**Решить задачи.**

1. Постройте круговую диаграмму. Какую площадь занимают зерновые культуры, если за комплексом по производству говядины закреплено 3400 га посевных полей. 29 % этой площади засеяны многолетними травами, 12 % остальной площади заняты кормовой свеклой, а оставшаяся площадь зерновыми?
2. По данной задаче составить алгоритм решения задач такого типа. Для получения высоких урожаев картофеля необходимо, чтобы в минеральных удобрениях фосфорных удобрений было в 1.5 раза больше, чем азотных, а калийных в 1.8 раза меньше, чем в фосфорных и калийных удобрениях.
3. Сколькими способами 6 студентов, сдающих экзамен, могут занять места в аудитории, в которой стоит 20 одноместных столов?
4. Сколько существует семизначных телефонных номеров, в которых все цифры различные и первая цифра отлична от нуля?
5. Сколькими способами можно составить букет из трёх цветков, выбирая цветы из семи имеющихся?
6. Мастер подсчитал, что существует 378 способов выбора из группы двух дежурных сколько студентов в этой группе?
7. Сколькими способами можно выбрать 4 делегата на конференцию, если в группе 20 человек?
8. При окончании деловой встречи специалисты обменялись визитками. Сколько визиток перешло из рук в руки, если было 6 специалистов?
9. Пятеро друзей сыграли в шахматы по одной партии, Сколько партий сыграно?
10. При встрече каждый из друзей пожал другому руку. Сколько было рукопожатий, если встретились 6 друзей?
11. В меню столовой 2 вида первых блюд, 6 видов вторых блюд и 4 вида третьих блюд. Сколько различных вариантов обеда из 1, 2 и 3 блюда можно составить?
12. В магазине 7 блокнотов и 4 ручки разных видов. Сколькими способами можно выбрать покупку, состоящую из 2 блокнотов и 1 ручки?

**Форма отчётности:** практическая работа, оформленная в тетради.

**Координаты и векторы 10 часов.**

**Практическое занятие**

**Тема:** Использование координат и векторов при решении математических и прикладных задач

Выполнение практической работы «Декартовы координаты на плоскости».

Уравнение окружности, сферы, плоскости. Расстояние между точками.

**Цель:** Научиться вычислять координаты, длину вектора, середину отрезка, решать простейшие задачи в координатах.

**Время выполнения:** 2 часа

**Оборудование:** карточки-задания.

**Содержание работы:**

1. Решение типовых задач по теме.
2. Самостоятельная работа.

Ивариант

1. Дано:  $\vec{a} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$

$\vec{b} \{-3; 1; 2\}$

Пвариант

1. Дано:  $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{k}$

$\vec{b} \{2; 6; -4\}$



$$\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$$

$$\vec{c} = 0,5\vec{b} - 2\vec{a}$$

Найти координаты вектора  $\vec{c}$ .

2. Дано:  $\vec{a}\{1;-2;m\}; \vec{b}\{n;6;3\}$

2. Дано:  $\vec{a}\{2;m;1\}; \vec{b}\{4;-2;n\}$

Векторы коллинеарны

Векторы коллинеарны

Найти: m, n.

Найти: m, n.

3. Дано: A(2;-1;0), B(-3;2;1)

3. Дано: A(2;-1;0), B(-3;2;1)

C(1;1;4)

C(1;1;4)

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$$

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB}$$

Найти: D(x;y;z)

4. Дано: A(6;-1;0), B(0;3;-2), C(3;1;-1)

4. Дано: A(0;0;-1), B(5;-3;1), C(-5;3;-3)

Доказать, что точки A, B, C лежат на одной прямой.

5. Дано:  $\triangle ABC$

5. Дано:  $\triangle ABC$

A(-2;0;1), B(-1;2;3), C(8;-4;9)

A(-1;2;3), B(1;0;4), C(3;-2;1)

BM медиана

AM медиана

Найти координаты медианы.

6. Дано: A(-1;5;3), B(7;-1;3), C(3;-2;6)

6. Дано: A(-1;5;3), B(-1;-3;9), C(3;-2;6)

Доказать, что треугольник прямоугольный. Найти периметр треугольника.

7. Дано: A(1;8;2), B(5;2;6), C(5;7;4)

7. Дано: A(7;2;2), B(5;7;7), C(5;3;1)

Составить уравнение плоскости ABC.

8. Составить уравнение прямой с угловым коэффициентом и построить его:

$$6x+3y-9=0$$

$$4x+2y-16=0$$

9. Составить уравнение окружности

9. Составить уравнение сферы

С центром (0;-2) и радиусом 4.

С центром (1;0;-3) и радиусом 2.

Контрольные вопросы:

1. Записать формулу координат вектора через его концы.

2. Дайте определения действий над векторами.

3. Записать формулы длины вектора.

4. Дайте определение коллинеарных векторов, равных векторов.

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради.

**Практическое занятие**

**Тема:** Выполнение тестового задания по теме «Координаты и векторы»

**Цель:** проверить знания по теме.

**Время выполнения:** 5 час

**Оборудование:** карточки-задания.

**Содержание работы:**

Задания 1-19 имеют по четыре варианта ответов, среди которых ТОЛЬКО ОДИН правильный.

1. Какая из данных точек лежит на оси z?

А	Б	В	Г
А (0;3;1)	В (0;0;0)	С (0;0;4)	Д (0;-3;0)

2. Найдите координаты середины отрезка PQ, если P (1,2; -3; 6,3), Q (-2,6; 3,2; -5,1).

А	Б	В	Г
О (-0,7; 0,1; 0,6)	О (1,9; -3,1; 5,7)	О (0,7; -0,1; -0,6)	О (-1,9; 3,1; -5,7)

3. Найдите координаты вектора  $\overrightarrow{AB}$ , если А (-3; 2; 1), В (1; -4; 3).

А	Б	В	Г
$\overrightarrow{AB}(4; -6; 2)$	$\overrightarrow{AB}(-2; -6; 2)$	$\overrightarrow{AB}(-2; -2; 4)$	$\overrightarrow{AB}(4; 6; 2)$

4. Определите координаты вектора  $2\vec{a}_1 + 3\vec{a}_2 - \vec{a}_3$ .

А	Б	В	Г
(2; -3; 1)	(2; 3; 0)	(2; 3; -1)	(-2; -3; 1)

5. Найдите расстояние между точками В (-2; 0; 3), К (3; 4; -2).

А	Б	В	Г
$\sqrt{42}$	$\sqrt{66}$	$3\sqrt{2}$	$2\sqrt{33}$

6. Найдите сумму векторов  $d = \left(\frac{1}{3}; 0,3; \frac{2}{5}\right)$ ,  $\vec{a} = \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; -\frac{3}{4}\right)$ .

А	Б	В	Г
$\left(0; \frac{4}{13}; -1\right)$	$\left(-\frac{1}{6}; \frac{19}{30}; -\frac{7}{20}\right)$	$\left(\frac{5}{6}; \frac{19}{30}; \frac{23}{20}\right)$	$\left(\frac{1}{6}; \frac{19}{30}; \frac{7}{20}\right)$

7. Точка М – середина отрезка АВ. Найдите координаты точки В, если А (2; -1; 6), М (1; 4; 0)

А	Б	В	Г
В (0; 7; -6)	В (4; 7; 6)	В (3; -6; 12)	В (0; 9; -6)

8. Вычислите угол между векторами  $\vec{c}$  и  $\vec{a}$ , если,  $|\vec{c}| = 2$ ,  $|\vec{a}| = \sqrt{3}$ ,  $\vec{c} \times \vec{a} = 3$

А	Б	В	Г
135°	30°	60°	45°

9. Найдите длину вектора  $\overrightarrow{MN}$ , если М(2а; а; -4а), N (3а; 4а; -5а).

А	Б	В	Г
$ \vec{a} \sqrt{11}$	11а	$\vec{a}\sqrt{11}$	11а <sup>2</sup>

10. Чему равно ребро куба ABCDA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>, если А (2; 0; 0), А<sub>1</sub> (2; 0; 4)?

А	Б	В	Г
-4	4	2	16

11. Вычислите разность векторов  $\vec{n} - \vec{d}$ , если  $\vec{n} = (-2; -1; 4)$ ,  $\vec{d} = (3; 1; -1)$ .

А	Б	В	Г
$(-5; -2; 5)$	$(1; 0; 3)$	$(5; 2; -5)$	$(-5; 0; 3)$

12. Найдите скалярное произведение векторов  $\vec{c}$  и  $\vec{a}$ , если  $\vec{c} = (4; 2; 1)$ ,  
 $\vec{a} = (4; -2; -1)$

А	Б	В	Г
21	11	19	12

13. Дано вектор  $\vec{\delta} = (6; -8; 0)$ . Найдите координаты вектора  $-1,5\vec{\delta}$ .

А	Б	В	Г
$(9; 12; 0)$	$(-9; 12; -1,5)$	$(9; 12; -1,5)$	$(-9; 12; 0)$

14. Найдите координаты точки, симметричной точке А  $(-1; 3; 2)$ , относительно точки Q  $(3; -1; 4)$ .

А	Б	В	Г
$(5; 1; 10)$	$(5; -1; 6)$	$(7; -5; 6)$	$(-7; 5; -6)$

15. Найдите радиус и координаты центра сферы

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z = 31$$

А	Б	В	Г
О $(-1; 2; -1)$ , $R = \sqrt{37}$	О $(1; -2; 1)$ , $R = \sqrt{37}$	О $(1; -2; 1)$ , $R = 37$	О $(-1; 2; -1)$ , $R = 37$

16. Дано вектора  $\vec{c} = (-1; 3; 7)$  и  $\vec{a} = (6; 2; -8)$ . Найдите координаты вектора  
 $2\vec{c} + 3\vec{a}$ .

А	Б	В	Г
$(16; 12; -10)$	$(20; 12; 38)$	$(20; 12; -10)$	$(-2; 6; 14)$

17. Дано точки А  $(3; -1; 4)$ , В  $(-1; 1; -8)$ , С  $(2; 1; -6)$ , D  $(0; 1; 2)$ . Найдите расстояние между серединами отрезков АВ и CD.

А	Б	В	Г
$\sqrt{102}$	$\sqrt{17}$	$\sqrt{19}$	1

18. Дано вектора  $\vec{c} = (3; -2; 1)$  и  $\vec{a} = (2; -3; -1)$ . Найдите  $|\vec{c} - 2\vec{a}|$

А	Б	В	Г
$\sqrt{74}$	$\sqrt{26}$	$\sqrt{66}$	$\sqrt{14}$

19. Дано точки К  $(0; 1; 1)$ , Р  $(2; -1; 3)$ , Т  $(-1; y; 0)$ . Найдите такое значение y, чтобы выполнялось условие  $KT = PT$ .

А	Б	В	Г
5,5	-4	4	0

В заданиях 20-22 установите соответствия:

20. В кубе ABCD  $A_1B_1C_1D_1$ , установите соответствие между векторами (1-4) и их взаимным размещением (А-Д).

1) $\vec{AD}$ и $\vec{B_1C_1}$	А) скрещивающиеся
2) $\vec{A_1A}$ и $\vec{DD_1}$	Б) сонаправлены

3) $\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{AA_1}$	В) коллинеарны
4) $\overrightarrow{BB_1}$ и $\overrightarrow{AA_1}$	Г) перпендикулярны
	Д) противоположно направлены

21. Установите соответствие между векторами (1-4) и значениями их длин (А-Д).

1) $\vec{n} = (0; 2; -4)$	А) $\sqrt{10}$
2) $\vec{d} = (0; 1; -3)$	Б) $\sqrt{30}$
3) $\vec{c} = (-1; 4; 8)$	В) $2\sqrt{5}$
4) $\vec{b} = (1; 2; 5)$	Г) 9
	Д) $4\sqrt{5}$

22. Используя данные длины векторов и косинусы углов между ними (1-4) установите соответствие между ними и значениями скалярного произведения векторов  $\vec{c}$  и  $\vec{a}$  (А-Д).

1) $ \vec{c}  = 5,  \vec{a}  = 12, \angle(\vec{ac}) = 60^\circ$	А) $\vec{c} \cdot \vec{a} = -28$
2) $ \vec{c}  = 3,  \vec{a}  = \sqrt{2}, \angle(\vec{ac}) = 45^\circ$	Б) $\vec{c} \cdot \vec{a} = 3$
3) $ \vec{c}  = 5,  \vec{a}  = 6, \angle(\vec{ac}) = 120^\circ$	В) $\vec{c} \cdot \vec{a} = 15$
4) $ \vec{c}  = 4,  \vec{a}  = 7, \angle(\vec{ac}) = 180^\circ$	Г) $\vec{c} \cdot \vec{a} = -15$
	Д) $\vec{c} \cdot \vec{a} = 30$

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради.

### Практическое занятие

**Тема:** Решение задач профессионально направленности

**Цель:** Применение математических знаний и умений при решении задач профессиональной

направленности и задач в различных сферах деятельности.

**Время выполнения:** 3 часа

**Оборудование:** карточки-задания, тетради, конспекты.

**Содержание работы:**

1. Частота вращения вала равна 15 рад/с. Определить число его оборотов в 1 час.
2. Колесо, радиус которого 2,6 м, делает 600 об/мин. Найти линейную скорость точки, находящейся на окружности колеса.
3. Колеса движущегося автомобиля имеют частоту вращения 60 рад/с. За какое время автомобиль пройдет расстояние в 27 км, если радиус колеса автомобиля 0,5 м?
4. В правую или левую перчатку переходит правая перчатка при зеркальной симметрии? осевой симметрии? центральной симметрии?
5. Квадрокоптер, который Ваня поднял над песочницей имеет координаты (3; 4; 12). На каком расстоянии от Вани находится квадрокоптер, если от Вани до песочницы 5 метров?
6. Координаты двух электрических лампочек установленных в зале имеют координаты (3; 5; 4) и (5; 7; 4). Определить на каком расстоянии находятся эти электрические лампочки?
7. Колесо имеет 45 спиц. Углы между соседними спицами равны. Найти величину угла (в градусах), который образуют 2 соседние спицы.
8. Какой угол (в градусах) образуют минутная и часовая стрелки в 16 часов?

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради.

### **Основы тригонометрии 16 часов.**

#### **Практическое занятие**

**Тема:** Радианный метод измерения углов вращения и связь с градусной мерой

**Цель:** Овладение навыком перевода градусной меры угла в радианную и наоборот.

**Время выполнения:** 2 часа

**Оборудование:** карточки-задания

#### **Содержание работы:**

1. Проверка готовности к практической работе: устный опрос.
2. Выполнение заданий.
  - 1) Для того чтобы выполнить практическую работу, необходимо выбрать соответствующие задания по вашему варианту.
  - 2) Опираясь на теоретический материал, тренировочные упражнения на уроке и домашнее задание, произвести расчет следующих заданий:

#### **Задания.**

##### **Вариант 1**

1. Найдите без применения таблиц радианную меру дуг:  
а)  $120^\circ$ , б)  $710^\circ$ , в)  $150^\circ$ , г)  $25^\circ$  д)  $250^\circ$ , е)  $158^\circ$  з)  $36^\circ$ , ж)  $40^\circ$
2. Найдите без применения таблиц градусную меру дуг:  
а)  $\frac{4}{3}\pi$ , б)  $\frac{5\pi}{9}$ , в)  $\frac{8\pi}{7}$ , г)  $0,5585\pi$  д)  $\frac{2\pi}{25}$
3. Укажите, в какой четверти лежат данные углы.

##### **Вариант 2**

1. Найдите без применения таблиц радианную меру дуг:  
а)  $240^\circ$ , б)  $82^\circ$  з)  $42^\circ$  в)  $270^\circ$ , г)  $13^\circ$  д)  $330^\circ$  е)  $3,5^\circ$ , ж)  $905^\circ$
2. Найдите без применения таблиц градусную меру дуг:  
а)  $\frac{11\pi}{8}$ , б)  $\frac{13\pi}{30}$ , в)  $\frac{7\pi}{6}$ , г)  $0,8098\pi$  ж)  $\frac{22\pi}{15}$
3. Укажите, в какой четверти лежат данные углы.

##### **Вариант 3**

1. Найдите без применения таблиц радианную меру дуг:  
а)  $120^\circ$ , б)  $78^\circ$  в)  $290^\circ$ , г)  $15^\circ$  з)  $5^\circ$  д)  $150^\circ$ , е)  $42^\circ$  ж)  $70^\circ$
2. Найдите без применения таблиц градусную меру дуг:  
а)  $\frac{9\pi}{8}$ , б)  $\frac{12\pi}{30}$ , в)  $3,1\pi$ , г)  $2,2354\pi$  ж)  $\frac{2\pi}{11}$
3. Укажите, в какой четверти лежат данные углы.

##### **Вариант 4**

1. Найдите без применения таблиц радианную меру дуг:  
а)  $135^\circ$ , б)  $43^\circ$  в)  $300^\circ$  г)  $15^\circ$  д)  $125^\circ$  е)  $15^\circ$ , ж)  $82^\circ$
2. Найдите без применения таблиц градусную меру дуг:  
а)  $\frac{2\pi}{15}$ , б)  $-\frac{12\pi}{7}$ , в)  $\frac{3\pi}{5}$ , г)  $3,1416\pi$  ж)  $\frac{23\pi}{15}$
3. Укажите, в какой четверти лежат данные углы.

#### **Контрольные вопросы:**

1. Что называется единичной окружностью?
2. Какие величины применяются при градусном и радианном измерении дуг (углов)?
3. Какой угол называют углом в 1 градус?

4. Сколько градусов содержит полный оборот?
5. Какой угол называют углом в 1 радиан?
6. Чему равна градусная мера в 1 рад?
7. Какая формула связывает радианную и градусную меры угла?

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради.

### **Практическое занятие**

**Тема:** Основные тригонометрические тождества, формулы сложения, удвоения, преобразование суммы тригонометрических функций в произведение, преобразование произведения тригонометрических функций в сумму.

**Цель:** формирование умений вычисления значений основных тригонометрических функций по одной из них. Овладение навыками преобразования простейших тригонометрических выражений

**Время выполнения:** 2 часа

**Оборудование:** карточки-задания

### **Содержание работы:**

1. Проверка готовности к практической работе: устный опрос.
2. Выполнение заданий.
  - 1) Для того чтобы выполнить практическую работу, необходимо выбрать соответствующие задания по вашему варианту.
  - 2) Опираясь на теоретический материал, тренировочные упражнения на уроке и домашнее задание, произвести расчет следующих заданий:

**Задание.**

#### **Вариант 1**

Вычислите значения каждой из тригонометрических функций,  $\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$ ,  $\sin 2\alpha$ , если:

- 1)  $\sin \alpha = 0,8$  и  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .
- 2)  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ,  $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

#### **Вариант 2**

Вычислите значения каждой из тригонометрических функций,  $\cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$ ,  $\cos 2\alpha$ , если:

- 1)  $\sin \alpha = \frac{5}{8}$  и  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ .
- 2)  $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$ ,  $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

#### **Вариант 3**

Вычислите значения каждой из тригонометрических функций,  $\cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)$ ,  $\sin 2\alpha$ , если:

- 1)  $\sin \alpha = 0,2$ ,  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ ;
- 2)  $\cos \alpha = \frac{5}{13}$ ,  $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .

#### **Вариант 4**

Вычислите значение каждой из тригонометрических функций,  $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$ ,  $\cos 2\alpha$ , если:

- 1)  $\cos \alpha = 0,8$ ,  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ;
- 2)  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ,  $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

### **Контрольные вопросы:**

1. Что называется синусом угла? Косинусом? Тангенсом? Котангенсом?
2. Каким основным соотношением связаны синус и косинус действительного числа?
3. Каким основным соотношением связаны тангенс и котангенс действительного числа?
4. Какими основными свойствами обладают тригонометрические функции?

5. Как определяются знаки тригонометрических функций по четвертям?

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради.

### Практическое занятие

**Тема:** Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства.

**Цель:** Формирование умений решения простейших тригонометрических уравнений и неравенств.

Научиться записывать решения простейших тригонометрических уравнений и неравенств.

**Время выполнения:** 4 часа

**Оборудование:** карточки-задания.

### Содержание работы:

1. Проверка готовности к практической работе: устный опрос.

2. Выполнение заданий.

1) Для того чтобы выполнить практическую работу, необходимо выбрать соответствующие задания по вашему варианту.

2) Опираясь на теоретический материал, тренировочные упражнения на уроке и домашнее задание, произвести расчет следующих заданий:

**Задание.** Решите уравнения.

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
$\sin 2x = 1$	$tg\ 2x = 0;$	$\sin 3x = 1;$	$\sin 3x = -1;$
$\sin 3x = 0;$	$\cos 2x = -1$	$\cos \frac{x}{5} = 1;$	$tg\ \frac{x}{3} = 0;$
$\cos 5x = 0;$	$\cos \frac{x}{2} = 0;$	$ctg\ 2x = 0$	$\sin 6x = 0;$
$\sin \frac{x}{2} = -1;$	$2 \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = 1;$	$\sin \frac{x}{2} + 1 = 0;$	$\cos \frac{x}{2} + 1 = 0;$
$tg\ 4x = \frac{1}{\sqrt{3}};$	$\cos \frac{2}{3}x = \frac{\sqrt{3}}{2};$	$tg\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$	$ctg\ 3x = \sqrt{3};$
$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right);$	$\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right) = 0;$	$\cos(\pi + x) = \sin \frac{\pi}{2};$	$2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sqrt{2};$
$\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -1$	$\cos\left(3x + \frac{\pi}{5}\right) = 0;$	$\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = -1;$	$\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = 1;$
$\cos \frac{x}{2} = -1;$	$\sin \frac{x}{2} = 0;$	$ctg\ 3x = 1;$	$\sin \frac{x}{5} = 1;$
$\cos(2x + 5^\circ) - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0;$	$tg(x + 60^\circ) = \sqrt{3};$	$2 \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = 1;$	$\sin(\pi + x) = \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right);$
$\cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right) = 0;$	$\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2};$	$2 \sin \frac{x}{4} - \sqrt{3} = 0;$	$2 \cos \frac{x}{4} - \sqrt{3} = 0;$
$tg(x^2) = 1$	$\cos(x^2) = \frac{1}{2}$	$tg(3x^2) = 1$	$\sin(2x^2) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

### Контрольные вопросы:

1. Какие тригонометрические уравнения называются тригонометрическими?

2. Что понимается под решением тригонометрического уравнения?

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради.

### Практическое занятие

**Тема:** Решение простейших тригонометрических уравнений и неравенств.

**Цель:** Формирование умений решения простейших тригонометрических уравнений и неравенств.

Научиться записывать решения простейших тригонометрических уравнений и неравенств.

**Время выполнения:** 4 часа

**Оборудование:** карточки-задания.

**Содержание работы:**

1. Проверка готовности к практической работе: устный опрос.

2. Выполнение заданий.

1) Для того чтобы выполнить практическую работу, необходимо выбрать соответствующие задания по вашему варианту.

2) Опираясь на теоретический материал, тренировочные упражнения на уроке и домашнее задание, произвести расчет следующих заданий:

**Задание.** Решите уравнения.

Вариант 1	Вариант 2
<p>1*. Решите уравнения:</p> <p>а) <math>\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}</math>; б) <math>\sin \frac{x}{2} = \frac{1}{2}</math>; в) <math>\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = -1</math>.</p> <p>2. Решите уравнение, применив формулы приведения: <math>\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sqrt{3}</math>.</p> <p>3*. Решите тригонометрическое неравенство:</p> $\cos x < \frac{1}{2}.$ <p>4. Решите уравнение, упростив его левую часть:</p> $\sin x \cdot \cos 2x + \cos x \cdot \sin 2x = 0.$ <p>5. Решите уравнение, сделав подстановку:</p> $2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0.$ <p>6. Решите уравнение методом разложения на множители: <math>\sin 8x + \sin 6x = 0</math>.</p> <p>7. Решите уравнение, используя однородность:</p> $7\sin^2 x - 8\sin x \cdot \cos x + \cos^2 x = 0.$	<p>1*. Решите уравнения:</p> <p>а) <math>\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}</math>; б) <math>\operatorname{tg} \frac{x}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}</math>; в) <math>\operatorname{ctg}\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1</math>.</p> <p>2. Решите уравнение, применив формулы приведения: <math>\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = \frac{1}{2}</math>.</p> <p>3*. Решите тригонометрическое неравенство:</p> $\sin x < \frac{1}{2}.$ <p>4. Решите уравнение, упростив его левую часть:</p> $\cos 6x \cdot \cos 2x + \sin 6x \cdot \sin 2x = 1.$ <p>5. Решите уравнение, сделав подстановку:</p> $\operatorname{tg}^2 x - 3\operatorname{tg} x + 2 = 0.$ <p>6. Решите уравнение методом разложения на множители: <math>\cos 7x + \cos 3x = 0</math>.</p> <p>7. Решите уравнение, используя однородность:</p> $\cos^2 x - 7\sin x \cdot \cos x + 6\sin^2 x = 0.$
Вариант 3	Вариант 4
<p>1*. Решите уравнения:</p> <p>а) <math>\operatorname{tg} x = \sqrt{3}</math>; б) <math>\operatorname{ctg} \frac{x}{4} = -\frac{1}{\sqrt{3}}</math>; в) <math>\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)</math></p>	<p>1*. Решите уравнения:</p> <p>а) <math>\operatorname{ctg} x = 0</math>; б) <math>\cos \frac{x}{5} = -\frac{\sqrt{3}}{2}</math>; в) <math>\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) =</math></p>



$= \frac{\sqrt{2}}{2}.$ <p>2. Решите уравнение, применив формулы приведения: <math>\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -1.</math></p> <p>3*. Решите тригонометрическое неравенство:</p> $\cos x > \frac{1}{2}.$ <p>4. Решите уравнение, упростив его левую часть:</p> $\sin 8x \cdot \cos 2x - \cos 8x \cdot \sin 2x = 0.$ <p>5. Решите уравнение, сделав подстановку:</p> $-2\sin^2 x - \sin x + 1 = 0.$ <p>6. Решите уравнение методом разложения на множители: <math>\sin 10x - \sin 4x = 0.</math></p> <p>7. Решите уравнение, используя однородность:</p> $\cos^2 x - 5\sin x \cdot \cos x + 4\sin^2 x = 0.$	$\frac{\sqrt{2}}{2}.$ <p>2. Решите уравнение, применив формулы приведения: <math>\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 1.</math></p> <p>3*. Решите тригонометрическое неравенство:</p> $\sin x > \frac{1}{2}.$ <p>4. Решите уравнение, упростив его левую часть:</p> $\cos 3x \cdot \cos 2x - \sin 3x \cdot \sin 2x = 0.$ <p>5. Решите уравнение, сделав подстановку:</p> $\operatorname{ctg}^2 x - 5\operatorname{ctg} x + 4 = 0.$ <p>6. Решите уравнение методом разложения на множители: <math>\cos 5x - \cos x = 0.</math></p> <p>7. Решите уравнение, используя однородность:</p> $\cos^2 x + 3\sin^2 x + 2\sqrt{3}\sin x \cdot \cos x = 0.$
--	--

### Контрольные вопросы:

1. Какие тригонометрические уравнения называются тригонометрическими?
2. Что понимается под решением тригонометрического уравнения?
3. Способы решения тригонометрических уравнений.

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради.

### Практическое занятие

**Тема:** Решение простейших тригонометрических уравнений и неравенств.

**Цель:** проверить знания по данной теме.

**Время выполнения:** 2 час

**Оборудование:** карточки-задания.

**Содержание работы:**

Выполнение теста:

### Вариант 1

A1. Решите уравнение:  $\cos x = \frac{1}{2}.$

1)  $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi, n \in \mathbb{Z};$       2)  $\frac{\pi}{6} + 2\pi, n \in \mathbb{Z};$       3)  $\pm \frac{\pi}{3} + \pi, n \in \mathbb{Z}$

A2. Решите уравнение:  $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$

$$1) (-1)^{k+1} \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; \quad 2) (-1)^k \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; \quad 3) (-1)^{k+1} \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

**A3.** Решите уравнение:  $\operatorname{tg} x = 0$ .

$$1) \pi + \pi n, n \in \mathbb{Z}; \quad 2) 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \quad 3) \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

**A4.** Найдите корни уравнения:  $\cos 5x = 0$ .

$$1) \frac{\pi}{2} + \frac{\pi n}{5}, n \in \mathbb{Z} \quad 2) \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \quad 3) \frac{\pi}{10} + \frac{\pi n}{5}, n \in \mathbb{Z}$$

**B1.** Решите уравнение:  $\sin\left(-\frac{x}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**B2.** Найдите корни уравнения:  $\sin 3x \cos x - \cos 3x \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**C1.** Найдите координаты точек пересечения функций  $y = 2 \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$  и  $y = -1$ .

### Вариант 2

**A1.** Решите уравнение:  $\sin x = \frac{1}{2}$ .

$$1) \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \quad 2) (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; \quad 3) (-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

**A2.** Решите уравнение:  $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

$$1) \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \quad 2) \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \quad 3) \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

**A3.** Решите уравнение:  $\operatorname{ctg} x = 0$ .

$$1) \pi n, n \in \mathbb{Z}; \quad 2) \text{нет корней}; \quad 3) 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

**A4.** Найдите корни уравнения:  $\sin 5x = 0$ .

$$1) \frac{\pi n}{5}, n \in \mathbb{Z}; \quad 2) 5\pi n, n \in \mathbb{Z}; \quad 3) \text{нет корней}$$

**B1.** Решите уравнение:  $\cos\left(-\frac{x}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**B2.** Найдите корни уравнения:  $\sin \frac{x}{3} \cos \frac{\pi}{5} - \cos \frac{x}{3} \sin \frac{\pi}{5} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**C1.** Найдите координаты точек пересечения функций  $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$  и

$$y = -1.$$

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради.

### **Практическое занятие**

**Тема:** Обратные тригонометрические функции: арксинус, арккосинус, арктангенс.

**Цель:** закрепить навыки вычисления значений обратных тригонометрических функции: арксинус, арккосинус, арктангенс

**Время выполнения:** 2 часа

### **Содержание работы:**

Вычислите значения обратных тригонометрических функции: арксинус, арккосинус, арктангенс:

1.  $2\arccos \frac{1}{2} - 6\arcsin \frac{1}{2};$
2.  $\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3} - \operatorname{arcctg} \frac{\sqrt{3}}{3};$
3.  $\arcsin \frac{1}{2} + \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2};$
4.  $\operatorname{arctg} \sqrt{3} - \operatorname{arcctg} \frac{1}{\sqrt{3}};$
5.  $\arcsin 0 + \operatorname{arcctg} 0;$
6.  $10\arcsin (-1) + \arccos 1;$
7.  $5\arccos 1 + \operatorname{arctg} 0;$
8.  $\arccos 0 + \arcsin 1;$
9.  $\arcsin \frac{1}{2} + \arccos \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right);$
10.  $\arcsin \left(-\frac{1}{2}\right) + \arccos \frac{\sqrt{2}}{2};$
11.  $3\operatorname{arctg} (-\sqrt{3}) + \operatorname{arcctg} (-1);$
12.  $4\operatorname{arctg} \sqrt{3} + \operatorname{arcctg} (-\sqrt{3});$
13.  $\operatorname{arcctg} (-\sqrt{3}) + \operatorname{arcctg} \sqrt{3};$
14.  $6\arcsin 1 - \operatorname{arctg} 1;$
15.  $-2\arcsin \frac{1}{2} - \arccos \frac{\sqrt{2}}{2}$

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради.

### **Функции, их свойства и графики 12 часов.**

### **Практическое занятие**

**Тема:** Примеры зависимостей между переменными в реальных процессах из смежных дисциплин. Определение функций. Построение и чтение графиков функций.

Исследование функции. Свойства линейной, квадратичной, кусочно-линейной и дробно – линейной функций. Непрерывные и периодические функции.

**Цель:** Овладение навыками построения и чтения графиков функций. Научиться определять основные свойства числовых функций, иллюстрировать их на графиках.

**Время выполнения:** 4 часа

**Оборудование:** карточки-задания.

### **Содержание работы:**

1. Вспомнить определение функции, свойств функции.

2 По графику, начерченному на доске назвать свойства функции, изображенной на графике.

3 Самостоятельная работа .

#### I вариант

1. Найдите область определения функции:

а)  $y = x + 5$

в)  $y = \sqrt{x + 2}$

д)  $y = \frac{1}{x - 7}$

ж)  $y = \frac{2x + 13}{x^2 - 1}$

б)  $y = x^2 + 3x - 4$

г)  $y = \frac{3}{x^2 + 3}$

е)  $y = \sqrt{9x^2 - 4}$

з)  $y = \log_2(x - 5)$

2. Определите, четная или нечетная функция.

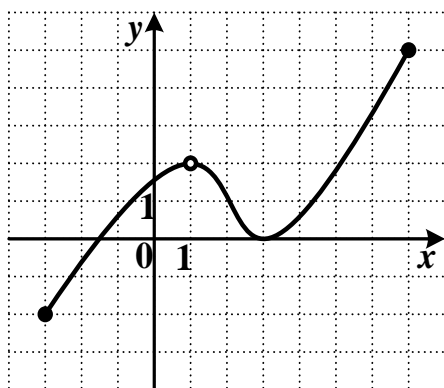
а)  $f(x) = x + x^3$

б)  $f(x) = x^2 + \cos x$

в)  $f(x) = x^5 \cdot \cos 2x$

3. Начертите эскиз графика четной функции.

4. Определите по графику область определения и множество значения функции, исследовать на монотонность, определить промежутки знакопостоянства функции, точки экстремума, вид экстремума и вычислить значения функции в этих точках.



#### II вариант

1. Найдите область определения функции:

а)  $y = x - 6$

в)  $y = \sqrt{x - 5}$

д)  $y = \frac{6x - 5}{x^2 - 4}$

ж)  $y = \sqrt{4x^2 - 1}$

б)  $y = x^3 - 4x + 2$

г)  $y = \frac{2}{x + 4}$

е)  $y = \frac{15}{x^2 + 1}$

и)  $y = \log_3(3 - x)$

2. Определите, четная или нечетная функция.

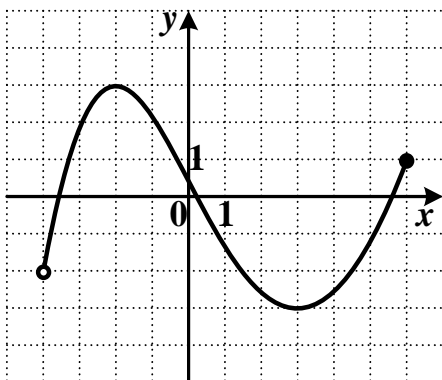
а)  $f(x) = x^2 + x^4$

б)  $f(x) = x + \sin x$

в)  $f(x) = x^2 \cdot \sin 3x$

3. Начертите эскиз графика нечетной функции.

4. Определите по графику область определения и множество значения функции, исследовать на монотонность, определить промежутки знакопостоянства функции, точки экстремума, вид экстремума и вычислить значения функции в этих точках.



Контрольные вопросы:

1. Что называется областью определения функции?
2. По какой оси определяем область определения функции?
3. Что называется областью значения функции, и по какой оси определяется область значения?
4. Какая функция называется четной, нечетной?
5. Как по графику определить четность и нечетность?
6. Где находятся нули функции?
7. Как по графику определить монотонность функции?
8. Как определить промежутки монотонности?

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради

**Практическое занятие .**

**Тема:** Свойства и графики синуса, косинуса, тангенса и котангенса. Обратные функции и их графики. Обратные тригонометрические функции. Преобразования графика функции. Гармонические колебания. Прикладные задачи

**Цель:** Овладение навыками построения и чтения графиков функций. Научиться определять основные свойства функций, иллюстрировать их на графиках.

**Время выполнения:** 4 часа

**Содержание работы:**

1. Фронтальный опрос.
2. Решение заданий по учебнику А.Н. Колмогоров стр, 56-69, № 100-135, самостоятельно выбрав задания по знаниям темы.

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради

**Практическое занятие.**

**Тема:** Симметрия функций и преобразование их графиков. Показательные, логарифмические, тригонометрические функции.

**Цель:** Овладение навыками построения и чтения графиков функций. Научиться определять основные свойства функций, иллюстрировать их на графиках.

**Время выполнения:** 1 час

**Содержание работы:**

1. Фронтальный опрос.
2. Построение графиков функции и описание их свойств:

$$y = 2^x, y = \left(\frac{1}{2}\right)^x, y = \log_2 x, y = \log_{\frac{1}{2}} x,$$

$$y = \cos x + 1, y = \cos \frac{x}{2}, y = \sin \left(x - \frac{\pi}{6}\right)$$

$$y = \operatorname{tg} \left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради

**Тема:** Решение задач профессиональной направленности.

**Цель:** Показать, как изучаемые основы наук находят применение в практике, влияют на развитие и эффективность производственной деятельности.

**Время выполнения:** 3 часа.

**Содержание работы:**

Чётные задания выполняются всеми обучающимися с разбором у доски.

Нечётные-самостоятельно.

1. Число оборотов ходового колеса сеялки вычисляется по формуле  $N = \frac{1000}{SB}$ , где  $N$  –

число оборотов колеса на 1 га,  $S$  – длина окружности ходового колеса, м;  $B$  – ширина междурядья, м. Вычислить число оборотов сеялки СКК на 1 га при междурядье 0,6 м и диаметре окружности колеса 0,95 м. При постоянном значении  $S$  построить график функции  $N = N(B)$ .

2. Новый трактор стоит  $x$  рублей, а его годовая амортизация (износ) составляет  $y$  рублей. Выразите стоимость трактора в зависимости от времени его эксплуатации  $t$  (в годах).

3. Составьте формулу для вычисления расхода горючего трактором МТЗ-80 при бороновании поля, если на боронование 1 га расходуется 1,3 кг горючего. Заполни таблицу.

Площадь, га	3	25	43			
Расход горючего, кг				1	15	20,2

4. Выведите формулу, с помощью которой вычисляется масса семян пшеницы для посева на пришкольном участке. Выясните, какая функция выражается выведенной формулой.

5. Вывести формулу зависимости длины пути  $l$ , пройденного комбайновым агрегатом до заполнения бункера зерном, от урожайности зерновых. Выяснить вид полученной зависимости, начертить ее график.

6. Решить графически. В одном овощехранилище 56 т картофеля, а в другом по 3 т, во второе ежедневно привозили по 2,5 т. Через сколько дней в одном из овощехранилищ картофеля стало на 25 т больше, чем в другом?

7. Ширина захвата сеялки 2 м, она движется со скоростью 6 км/ч. Норма посева семян 150 кг на 1 га. Запишите формулу зависимости расхода семян от времени. На какое время работы хватит 270 кг зерна?

8. При бороновании 1 га пахоты трактор расходует 1,3 кг горючего. Составьте формулу для вычисления зависимости расхода горючего  $M$  (кг) от площади поля  $S$  (га). Постройте график зависимости  $M$  от  $S$ .

9. Норма посева пшеницы 170 кг/га. Найдите зависимость расхода семян  $m$  от засеянной площади  $S$ . Постройте график полученной зависимости. Сколько семян потребуется для посева на площади 10 м<sup>2</sup>; 100 м<sup>2</sup>; 0,5 га?

10. Два автомобиля одновременно ушли со старта кольцевой трассы в разных направлениях. Но в момент старта забыли включить секундомеры, а включили их только в момент встречи автомобилей и измерили время, которое каждый гонщик затратил до возвращения на старт. Можно ли по этим данным установить время каждого на трассе, если автомобили двигались с постоянной скоростью ?

11. Требуется изготовить ковш в форме усечённого конуса объёмом 3л, высотой 20 см, с диаметром

нижнего основания 10 см. Каков диаметр верхнего основания ?

12. Зависимость давления атмосферы  $p$  ( в паскалях) от высоты  $h$  поднятия над уровнем моря ( в километрах) выражается формулой  $p = 101\,080 \cdot e^{-h}$ , где  $e \approx 2,718$ . Начертить график зависимости  $p$  от  $h$  в пределах от 8 до 16 км

**Форма отчётности-** практическая работа, оформленная в тетради.

### **Многогранники и круглые тела 14 часов.**

#### **Практическое занятие**

**Тема:** Построение сечений в многогранниках.

**Цель:** отработать умение строить сечения в многогранниках

**Время выполнения:** 1 час

**Содержание работы:**

1. Фронтальный опрос.

1. Решение задач.

А) В правильной четырехугольной пирамиде  $SABCD$  диагональ  $ABCD$  и боковое ребро имеют равную длину. Построить сечение пирамиды плоскостью  $\alpha$ , проходящей через точку  $A$  и перпендикулярной ребру  $SC$ .

Б) Основание прямого параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – квадрат  $ABCD$ . Через середины  $E$  и  $F$  ребер  $AD$  и  $CD$  проведено сечение, параллельное диагонали  $B_1 D$ . Построить сечение.

В) Постройте сечение параллелепипеда  $ABCD A' B' C' D'$  плоскостью  $BKL$ , где  $K$  – середина ребра  $AA'$ ,  $L$  – середина ребра  $CC'$ .

Г) Постройте сечение правильной треугольной призмы  $ABCA_1 B_1 C_1$  плоскостью  $\alpha$ , проходящей через точки  $E, F, K$ , расположенные на ребрах  $AA_1, CC_1$  и  $BC$  соответственно.

Контрольные вопросы:

1. С какими многогранниками работали на уроке? Дайте им определение.
2. Как провести сечения у этих многогранников.

**Форма отчётности** – практическая работа, оформленная в тетради

#### **Практическое занятие**

**Тема:** Решение задач по теме «Многогранники».

**Цель:** сформировать умения и навыки в решении задач по теме «Многогранники».

**Время выполнения:** 2 часа

**Содержание работы:**

1. Фронтальный опрос.
2. Решение задач

1. В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известно, что  $D_1 B = \sqrt{26}$ ,  $BB_1 = 3$ ,  $A_1 D_1 = 4$ . Найдите длину ребра  $A_1 B_1$ .

2. В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известно, что  $AB = \sqrt{111}$ ,  $BB_1 = 7$ ,  $B_1 C_1 = 3$ . Найдите длину диагонали  $B D_1$ .

3. Диагональ куба равна 3. Найдите площадь его поверхности.

4. Ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 1, 2, 3. Найдите площадь его поверхности.
5. В прямоугольном параллелепипеде стороны основания равны 6 см и 8 см. Боковое ребро 12 см. Найдите полную поверхность параллелепипеда.
6. В прямом параллелепипеде стороны основания 10 м и 18 м, а угол между ними равен  $30^\circ$ . Площадь полной поверхности параллелепипеда равна  $404 \text{ м}^2$ . Найдите высоту параллелепипеда.
7. В основании прямой призмы лежит прямоугольник, диагональ которого равна 5 см, одна из сторон основания 4 см. Найдите площадь полной поверхности призмы, если высота призмы равна 12 см.
8. В правильной треугольной призме сторона основания 6 см, а боковое ребро 8 см. Найдите периметр сечения, проходящего через сторону нижнего основания и противоположащую ему вершину верхнего.
9. Из данных утверждений выберите верное: а) все ребра правильной пирамиды равны; б) площадь поверхности пирамиды равна половине произведения периметра основания на апофему; в) боковые грани усеченной пирамиды – трапеции; г) утверждения а - в не верны.
10. Найдите высоту треугольной пирамиды, если все ее боковые ребра по  $\sqrt{40}$  см, а стороны основания равны 10 см, 10 см и 12 см.
11. Все ребра правильной треугольной пирамиды равны между собой. Найдите косинус угла между боковой гранью и плоскостью основания.
12. Основанием пирамиды является треугольник со сторонами 12 см, 10 см, 10 см. каждая боковая грань наклонена к основанию под углом  $45^\circ$ . Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

#### **Контрольные вопросы:**

1. Дать определение призмы.
2. Что такое правильная призма, ее свойства.
3. Сечения призмы.
4. Параллелепипед и куб.
5. Свойство диагоналей параллелепипеда.
6. Дать определение призмы.
7. Что такое правильная призма, ее свойства.
8. Сечения призмы.
9. Наклонная призма.
10. Дать определение пирамиды.
11. Что такое правильная пирамида, ее свойства.
12. Сечения пирамиды.

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради

#### **Практическое занятие**

**Тема:** Выполнение тестового задания по теме «Тела вращения».

**Цель:** проверить знания по теме.

**Время выполнения:** 1 час

**Оборудование:** карточки-задания.

#### **Содержание работы:**

1. Выполнение тестового задания:
  1. Цилиндром называется тело, ограниченное поверхностью:
    - А. Конической
    - В. Цилиндрической
    - С. Сферической
  2. Назовите элемент, не принадлежащий цилиндру



- А. Вершина
  - В. Образующая
  - С. Радиус
- 3.Осевым сечением цилиндра является
- А. Треугольник
  - В. Круг
  - С. Прямоугольник
- 4.Боковая поверхность цилиндра определяется по формуле
- А.  $\pi RL$
  - В.  $\pi RH$
  - С.  $2\pi RH$
- 5.Полная поверхность цилиндра (где  $R$  - радиус основания,  $H$ -высота.  $L$ - образующая) определяется по формуле:
- А.  $2\pi R (R+H)$
  - В.  $2\pi R + 2\pi RL$
  - С.  $2\pi L(L+H)$
- 6.Конус не может быть получен вращением
- А. Прямоугольника вокруг одной из сторон
  - В. Равностороннего треугольника вокруг медианы
  - С. Прямоугольного треугольника вокруг одного из катетов
- 7.Назовите элемент, не принадлежащий конусу
- А. Образующая
  - В. Ось
  - С. Медиана
- 8.Выявите формулу, не относящуюся к вычислению поверхности конуса (где  $L$  - образующая,  $R$ - радиус,  $H$ - высота)
- А.  $\pi RL$
  - В.  $\pi R(L+R)$
  - С.  $\pi RH$
- 9.Плоскость, проходящая через центр шара, называется
- А. Большим кругом
  - В. Главным кругом
  - С. Основным кругом
- 10.Сечение конуса, содержащая его ось, называется
- А. Центральным сечением
  - В. Осевым сечением
  - С. Главным сечением
- 11.Поверхность, ограничивающая шар, называется
- А. Шаром
  - В. Границей шара
  - С. сферой
- 12.Радиус основания цилиндра равен 2, высота –  $5/\pi$ , тогда площадь боковой поверхности цилиндра равна ...
- А.  $20\pi$
  - В. 20
  - С. 10
- 13.Площадь полной поверхности цилиндра, полученного вращением прямоугольника со сторонами 4 см и 7 см вокруг его большей стороны, равна
- А.  $88\pi$  кв.см
  - В.  $8,8\pi$  кв.см
  - С.  $44\pi$  кв.см

14. Во сколько раз увеличится площадь боковой поверхности цилиндра, если его высоту уменьшить в 3 раза, а радиус основания увеличить в 12 раз?
- в 4 раза
  - в 8 раз
  - невозможно определить
15. Конус образован вращением прямоугольного треугольника вокруг меньшего из катетов. Найдите площадь основания конуса, если известно, что катеты равны 4 см и 14 см.
- $225\pi$  кв. см
  - $196\pi$  кв. см
  - $16\pi$  кв. см
16. Площадь боковой поверхности конуса равна  $352\pi$  см<sup>2</sup>, а радиус основания – 11 см. Найдите длину образующей конуса.
- 32 см
  - 16 см
  - $32\pi$  см
17. Как изменится площадь поверхности шара, если его радиус увеличить в 3 раза?
- увеличится в 3 раза
  - увеличится в 9 раз
  - увеличится в 27 раз
18. Площадь поверхности, ограничивающей шар, равна  $6400\pi$  см<sup>2</sup>, тогда радиус шара равен ...
- 40 см
  - 80 см
  - $40\sqrt{3}$  см

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради

### **Практическое занятие**

**Тема:** Решение задач по теме «Тела вращения»

**Цель:** сформировать умения и навыки в решении задач по теме «Тела вращения»

**Время выполнения:** 2 часа

#### **Содержание работы:**

- Фронтальный опрос
  - Решение задач
- Высота конуса 9 см, а его образующая 11 см. Найти радиус основания конуса.
  - Образующая конуса составляет с плоскостью основания угол  $45^\circ$ , а высота конуса равна  $3\sqrt{2}$  см. Найти боковую поверхность конуса.
  - Осевым сечением цилиндра является прямоугольник, площадь которого  $72\text{ см}^2$ . Найти объём цилиндра, если радиус основания равен 3 см.
  - В каком отношении относятся объём цилиндра и вписанного в него шара?
  - Сколько необходимо краски, чтобы покрасить бочку, высота которой 4 м, длина окружности основания  $12\pi$  см. Расход краски на 1 м<sup>2</sup> 200 г.
  - Вычислите объём и площадь полной поверхности цилиндра, если его радиус  $R=3$  см, а длина образующей 5 см.
  - Вычислите площадь осевого сечения, площадь полной поверхности и объём конуса, если его радиус равен 4 см, а образующая 5 см.
  - Площадь сферы равна  $4\pi$ , найдите её объём.
  - Найдите расстояние от центра шара до плоскости сечения, если радиус шара – 6 см, а радиус сечения –  $3\sqrt{3}$  см.
  - Площадь осевого сечения цилиндра  $30\text{ см}^2$ , площадь полной поверхности  $48\pi\text{ см}^2$ . Найдите объём цилиндра.

11. Найдите площадь полной поверхности и объем конуса, который получается в результате вращения прямоугольного равнобедренного треугольника с гипотенузой  $6\sqrt{2}$  см. вокруг катета.

12. Как относятся объем правильной четырехугольной призмы и вписанного в нее цилиндра?

### Контрольные вопросы.

1. Почему цилиндр, конус и шар называют телами вращения?

2. Чем отличается шар от сферы?

3. Какой фигурой является осевое сечение цилиндра? Как находится площадь осевого сечения цилиндра, если известны радиус и высота цилиндра?

4. Какой фигурой является осевое сечение конуса? Как вычисляется площадь осевого сечения конуса, если известны радиус и высота конуса?

5. Какой формулой в конусе можно связать длину образующей ( $l$ ), высоту ( $h$ ) и радиус ( $R$ )?

6. Площадь сферы вычисляется по формуле  $S = 4\pi R^2$ , выведите формулу для вычисления площади сферы через диаметр.

7. Приведите примеры реальных объектов, которые являются телами вращения. (например, корпус фломастера – это цилиндр) Приведите не менее трех примеров.

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради

### Практическое занятие

**Тема:** Вычисление поверхностей и объемов многогранников.

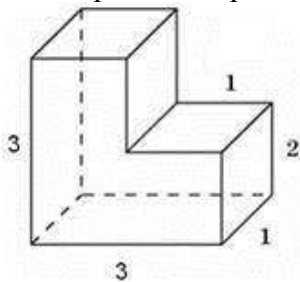
**Цель:** сформировать умения и навыки в решении задач по теме

**Время выполнения:** 1 час

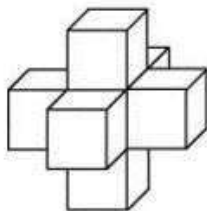
**Содержание работы:**

1. Фронтальный опрос
2. Решение задач

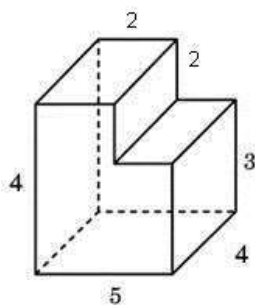
1. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы многогранника прямые).



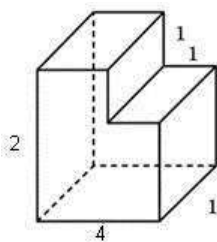
**Задание 2.** Найдите объем пространственного креста, изображенного на рисунке и составленного из единичных кубов.



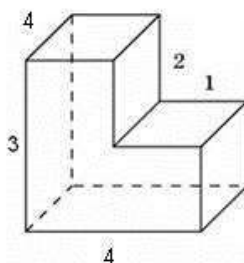
**Задание 3.** Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



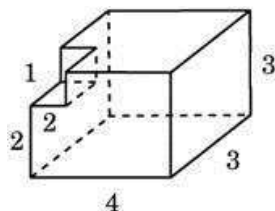
**Задание 4.** Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



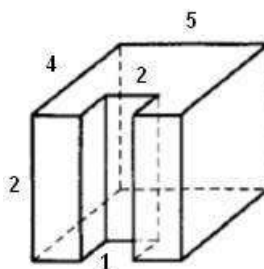
**Задание 5.** Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



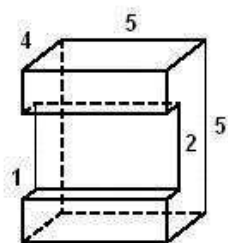
**Задание 6.** Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



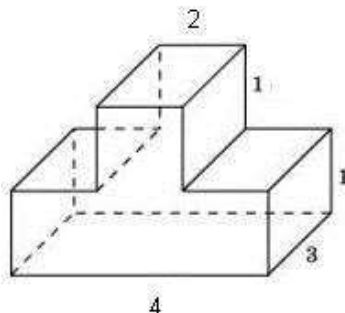
**Задание 7.** Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



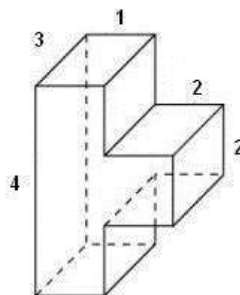
**Задание 8.** Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



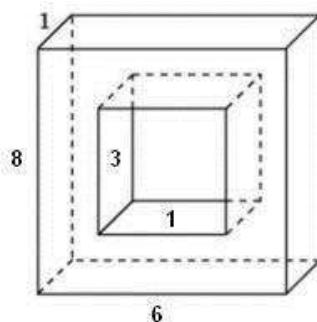
**Задание 9.** Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



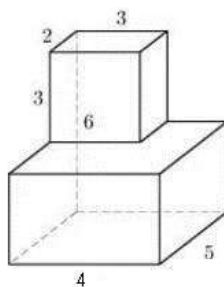
**Задание 10.** Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



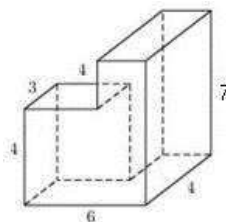
**Задание 11.** Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



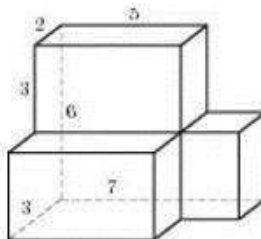
**Задание 12.** Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



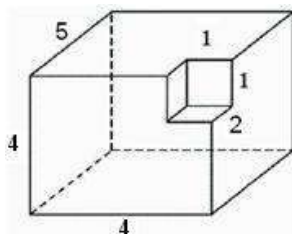
**Задание 13.** Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



**Задание 14.** Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



**Задание 15.** Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради

### Практическое занятие

**Тема:** Вычисление поверхностей и объемов тел вращения.

**Цель:** сформировать умения и навыки в решении задач по теме

**Время выполнения:** 1 час

### Содержание работы:

1. Фронтальный опрос

2. Решение задач

Методические указания к решению задач:

Задача 1. Вычислите объем и площадь полной поверхности цилиндра, если известны его радиус и высота (длина образующей)

Решение:  $S_{п.п} = S_{б.п} + 2S_{осн}$ , где  $S_{б.п} = 2\pi R h$ ,  $S_{осн} = \pi R^2$ ,  $V = S_{осн} \cdot h$

Задача 2. Вычислите площадь осевого сечения, площадь полной поверхности и объем конуса, если известны его радиус и образующая.

Решение:  $S_{о.с} = \frac{1}{2} d \cdot h$ ,  $S_{п.п} = S_{б.п} + S_{осн}$ ,  $S_{б.п} = \pi R l$ ,  $S_{осн} = \pi R^2$ ,  $V = \frac{1}{3} S_{осн} \cdot h$

Задача 3. Дана площадь сферы, нужно найти объем, или наоборот дан объем, нужно найти площадь сферы.

Решение. Нужно из одной формулы выразить радиус и подставить в другую.

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3, \quad S = 4\pi R^2$$

Задача 4. Если обозначить радиус шара  $R$ , радиус сечения  $r$ , а расстояние от центра шара до плоскости сечения –  $m$ , то эти величины связаны формулой

$$R^2 = r^2 + m^2$$

Задача 5. Найдите площадь осевого сечения цилиндра.

Решение. Площадь боковой поверхности цилиндра  $S_{б.п.} = 2\pi Rh$  площадь осевого сечения  $S_{о.с} = dh = 2Rh$  ,  $S_{п.п} = S_{б.п.} + 2S_{осн}$  , связав эти формулы мы можем найти площадь основания, из формулы площади основания выразить радиус, из формулы площади осевого сечения или боковой поверхности найти высоту, затем посчитать объем цилиндра.

Задача 6. Найдите объем тела, которое получается в результате вращения треугольника.

Решение: внимательно прочитайте свою задачу, подумайте какое тело, получится в результате вращения. Подумайте, чем данные величины будут являться для получившегося тела. Используйте формулы для вычисления полной поверхности, объема данного тела.

Задача 7. Найти отношение объемов (площадей)

Решение. Подумайте, как располагаются данные тела. Как связаны их элементы. Запишите формулы для вычисления объема (площади). Найдите требуемое соотношение.

#### Решите задачи:

1. Вычислите объём и площадь полной поверхности цилиндра, если его радиус  $R=3\text{см}$ , а длина образующей  $5\text{см}$ .
2. Вычислите площадь осевого сечения, площадь полной поверхности и объём конуса, если его радиус равен  $4\text{см}$ , а образующая  $5\text{см}$ .
3. Площадь сферы равна  $4\pi$ , найдите ее объём.
4. Найдите расстояние от центра шара до плоскости сечения, если радиус шара –  $6\text{см}$ , а радиус сечения -  $3\sqrt{3}\text{см}$ .
5. Площадь осевого сечения цилиндра  $30\text{ см}^2$ , площадь полной поверхности  $48\pi\text{ см}^2$ . Найдите объем цилиндра.
6. Найдите площадь полной поверхности и объём конуса, который получается в результате вращения прямоугольного равнобедренного треугольника с гипотенузой  $6\sqrt{2}\text{см}$ . вокруг катета.
7. Как относятся объём правильной четырехугольной призмы и вписанного в нее цилиндра?

#### Контрольные вопросы.

- 1) Почему цилиндр, конус и шар называют телами вращения?
- 2) Чем отличается шар от сферы?
- 3) Какой фигурой является осевое сечение цилиндра? Как находится площадь осевого сечения цилиндра, если известны радиус и высота цилиндра?
- 4) Какой фигурой является осевое сечение конуса? Как вычисляется площадь осевого сечения конуса, если известны радиус и высота конуса?
- 5) Какой формулой в конусе можно связать длину образующей ( $l$ ), высоту( $h$ ) и радиус ( $R$ ) ?
- 6) Площадь сферы вычисляется по формуле  $S = 4\pi R^2$ , выведите формулу для вычисления площади сферы через диаметр.
- 7) Приведите примеры реальных объектов, которые являются телами вращения. (например, корпус фломастера – это цилиндр) Приведите не менее трех примеров.

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради

#### Практическое занятие

**Тема:** Решение задач по теме «Объемы».

**Цель:** сформировать умения и навыки в решении задач по теме

**Время выполнения:** 1 час

#### Содержание работы:

1. Фронтальный опрос

## 2. Решение задач

1. Сколько сена (в тоннах) вмещает сеновал размерами  $6 \times 4 \times 3$  м, если тюк сена имеет размеры  $0,8 \times 0,4 \times 0,5$  м и весит 20 кг?
2. Найдите объем цилиндра, если радиус основания равен  $2\sqrt{2}$  см, а высота 3 см.
3. Наибольшая диагональ правильной шестиугольной призмы равна 8 см и составляет с боковым ребром угол в  $30^\circ$ . Найдите объем призмы.
4. Объем конуса равен  $6 \text{ см}^3$ . Чему равен объем цилиндра, который имеет такое же основание и такую же высоту, как и конус?
5. Объем конуса равен 40. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объем меньшего конуса.
6. В основании пирамиды квадрат со стороной 4 см. Боковые ребра пирамиды равны 6 см. Найдите объем пирамиды.
7. В основании пирамиды лежит треугольник ABC,  $\angle B = 90^\circ$ ,  $AB=8$ ,  $BC=6$ . Боковые ребра пирамиды наклонены к плоскости основания под углом  $60^\circ$ . Найдите объем пирамиды.
8. Радиус основания конуса относится к его высоте как 3:4, а его образующая равна 10 см. Найдите ребро куба, объем которого равен объему данного конуса.

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради

### Практическое занятие

**Тема:** Выполнение тестового задания по теме «Объемы».

**Цель:** проверить качество усвоения знаний и умений по данной теме.

**Время выполнения:** 1 час

### Содержание работы:

Выберите один правильный вариант ответа.

### Многогранники

1. Укажите число диагоналей куба  
1) 2;    2) 4;    3) 6
2. Укажите число граней куба  
1) 8;    2) 4;    3) 6
3. Укажите формулу полной поверхности куба  
1)  $S = a^3$ ;    2)  $S = 4a^2$ ;    3)  $S = 6a^2$
4. Укажите формулу объема куба  
1)  $V = a^3$ ;    2)  $V = 4a^2$ ;    3)  $V = 6a^3$
5. Объем куба равен 8. Найдите площадь его поверхности.  
1) 8;    2) 24;    3) 16
6. Во сколько раз увеличится объем куба, если его ребра увеличить в три раза?  
1) в 3 раза;    2) в 9 раз;    3) в 27 раз
7. Во сколько раз увеличится площадь поверхности куба, если его ребро увеличить в три раза?  
1) в 3 раза;    2) в 9 раз;    3) в 27 раз
8. Площадь поверхности куба равна 24. Найдите его объем.  
1) 8;    2) 24;    3) 16
9. Укажите число ребер куба  
1) 6;    2) 12;    3) 8
10. Укажите число граней правильной четырехугольной пирамиды  
1) 6;    2) 4;    3) 5
11. Укажите число ребер правильной четырехугольной пирамиды  
1) 6;    2) 4;    3) 5
12. Укажите число вершин правильной четырехугольной пирамиды  
1) 1;    2) 4;    3) 5
13. Укажите формулу объема пирамиды



- 1)  $V = a \cdot b \cdot h$ ;      2)  $V = \pi R^2 h$ ;      3)  $V = \frac{1}{3} S_0 \cdot h$
14. Найдите объем пирамиды, высота которой равна 6, а основание – прямоугольник со сторонами 3 и 4.  
1) 72;      2) 24;      3) 42
15. Найдите объем пирамиды, высота которой равна 6, а основание – квадрат со стороной 3.  
1) 36;      2) 18;      3) 9
16. Во сколько раз увеличится объем правильной четырехугольной пирамиды, если сторону основания увеличить в 2 раза?  
1) в 2 раза;      2) в 4 раза;      3) в 6 раз
17. Во сколько раз увеличится объем правильной четырехугольной пирамиды, если ее высоту увеличить в 2 раза?  
1) в 2 раза;      2) в 4 раза;      3) в 6 раз
18. Диагональ прямоугольного параллелепипеда находится по формуле  
1)  $d = a \cdot b \cdot c$ ;      2)  $d^2 = a^2 + b^2 + c^2$ ;      3)  $d = a^2 + b^2 + c^2$

### Тела вращения

1. Укажите формулу объема цилиндра  
1)  $V = a \cdot b \cdot h$ ;      2)  $V = \pi R^2 h$ ;      3)  $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$
2. Укажите формулу объема конуса  
1)  $V = a \cdot b \cdot h$ ;      2)  $V = \pi R^2 h$ ;      3)  $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$
3. Укажите формулу объема шара  
1)  $V = \pi R^2 h$ ;      2)  $V = \pi R^3$ ;      3)  $V = \frac{4}{3} \pi R^3$
4. Во сколько раз увеличится объем цилиндра, если радиус основания увеличить в 2 раза?  
1) в 2 раза;      2) в 4 раза;      3) в 6 раз
5. Во сколько раз увеличится объем цилиндра, если его высоту увеличить в 2 раза?  
1) в 2 раза;      2) в 4 раза;      3) в 6 раз
6. Укажите формулу боковой поверхности конуса  
1)  $S = 2\pi R h$ ;      2)  $S = \pi R L$ ;      3)  $S = \pi R^2$
7. Укажите формулу боковой поверхности цилиндра  
1)  $S = 2\pi R h$ ;      2)  $S = \pi R L$ ;      3)  $S = \pi R^2$
8. Укажите формулу поверхности шара  
1)  $S = 2\pi R h$ ;      2)  $S = \pi R L$ ;      3)  $S = 4\pi R^2$
9. Укажите формулу полной поверхности цилиндра  
1)  $S = 2\pi R(R + h)$ ;      2)  $S = \pi R(R + L)$ ;      3)  $S = 4\pi R^2$
10. Укажите формулу полной поверхности конуса  
1)  $S = 2\pi R(R + h)$ ;      2)  $S = \pi R(R + L)$ ;      3)  $S = 4\pi R^2$
11. Во сколько раз увеличится объем шара, если его радиус увеличить в 2 раза?  
1) в 2 раза;      2) в 4 раза;      3) в 8 раз
12. Длина окружности основания цилиндра равна 3, высота равна 2. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.  
1) 5;      2) 18;      3) 6
13. Какая из фигур вращения получится при вращении прямоугольника вокруг одной из его сторон?  
1) шар;      2) конус;      3) цилиндр
14. Какая из фигур вращения получится при вращении прямоугольного треугольника вокруг одного из катетов?  
1) шар;      2) конус;      3) цилиндр

15. Длина окружности основания цилиндра равна 3. Площадь боковой поверхности равна 6. Найдите высоту цилиндра.

1) 2;    2) 18;    3) 6

16. Высота конуса равна 4, а длина образующей — 5. Найдите диаметр основания конуса.

1) 5;    2) 18;    3) 6

17. Цилиндр и конус имеют общее основание и общую высоту. Вычислите объем цилиндра, если объем конуса равен 25.

1) 75;    2) 50;    3) 100

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради

### **Практическое занятие**

**Тема:** Решение задач профессиональной направленности.

**Цель:** В ходе решения задач показать связь математических знаний и умений с профессиональной и практической деятельностью.

**Время выполнения:** 4 часа.

#### **Содержание работы:**

Задания 1, 2, 8, 9, 13 выполняются коллективно 1 обучающийся работает у доски, остальные –самостоятельно.

1. Сколько камышитовых плит (плотностью  $0,3 \text{ г/см}^3$ ) размером  $4,5 \times 1,22 \times 0,075 \text{ м}$  можно погрузить на прицеп, если тягач может везти прицеп с нагрузкой 2,5 т?

2. Найдите объем ямы для хранения овощей, поперечное сечение которой – трапеция. Длина ямы 12 м, глубина 0,8 м, ширина дна 1 м, ширина верхней части ямы 1,4 м.

3. Найти емкость большегрузного тракторного прицепа высотой 1,5 м, у которого дно и верх – прямоугольники, размерами  $2 \times 2,5 \text{ м}$  и  $2,8 \times 3,5 \text{ м}$ .

4. Силосная башня имеет форму цилиндра, высота 7 м, а внутренний диаметр основания 10 м. Какова ее емкость?

5. Определить массу кучи зерна, имеющей форму конуса с окружностью основания 31,4 м и образующей, равной 6 м. Масса  $1 \text{ м}^3$  зерна составляет 690 кг.

6. Размеры кузовов самосвалов МАЗ-205 и ЗИЛ-150 соответственно равны  $6,07 \times 2,64 \times 2,44 \text{ м}^3$  и  $6,72 \times 2,39 \times 2,18 \text{ м}^3$ . Каков из них более вместителен

7. Канистра для машинного масла имеет форму прямоугольного параллелепипеда. Размеры канистры  $12 \times 27 \times 35 \text{ см}$ . Найдите полную поверхность канистры.

8. Требуется установить резервуар для хранения бензина, ёмкостью  $10 \text{ м}^3$  на площадке размером  $2,5 \times 1,75 \text{ м}$ , служащей для него дном. Найти высоту резервуара.

9. Машинное масло, налитое в конический сосуд высотой 0,2 м и диаметром 0,4 м, переливается в цилиндрический сосуд, диаметр которого 0,3 м. Как высоко будет стоять уровень масла в сосуде ?

10. Ведро имеет форму усечённого конуса, радиусы которого 12 см и 16 см, образующая 38 см. Найти высоту ведра и выяснить сколько литров бензина понадобится, чтобы наполнить ведро.

11. Куча щебня имеет коническую форму, радиус основания которой 2 м, а образующая 2,5 м

Найти объём кучи щебня.

12. Кирпич размером  $25 \times 12 \times 6,5 \text{ см}$  имеет массу 3,51 кг. Найдите его плотность.

13. Три латунных куба с рёбрами 3 см, 4 см и 5 см переплавили в один куб. Какое ребро у этого куба?

14. Стаканчик для мороженого конической формы имеет глубину 12 см и диаметр верхней части 5 см. На него сверху положили две ложки мороженого в виде полушарий диаметром 5 см. переполнит ли мороженое стаканчик, если оно растает?

15. Сколько кожи пойдёт на покрывку футбольного мяча радиуса 10 см? (На швы добавить 8% от площади поверхности мяча).

16. Вода покрывает  $\frac{3}{4}$  земной поверхности. Сколько квадратных километров земной поверхности занимает суша? (Радиус Земли считать равным 6375 км.).

17. Конусообразная палатка высотой 3,5 м с диаметром основания 4 м покрыта парусиной. Сколько квадратных метров парусины пошло на палатку?

18. Сколько процентов отходов получится при переработке 400 штук круглого леса диаметром 22 см и длиной 6 м в брус 18х18х600 см?

**Форма отчётности:** письменная работа, оформленная в тетради.

### **Начала математического анализа 26 часов.**

#### **Практическое занятие.**

**Тема:** Вычисление производных.

**Цель:** Научиться вычислять производные элементарных, сложных функций.

**Время выполнения:** 4 часа

**Оборудование:** карточки-задания.

#### **Содержание работы:**

1. Решение упражнений на нахождение производных функций.

2. Самостоятельная работа.

Вариант № 1

1. Найдите производные функций:

а)  $y = x^3 + 2x^2 + 4x$

и)  $y = x \cos x$

б)  $y = 7x^3 + 2x - 3$

к)  $y = \frac{x^2}{1+x}$

в)  $y = \sqrt{x} + \frac{1}{x} + \frac{1}{2}$

л)  $y = \frac{2}{x^2}$

г)  $y = \frac{5}{x} + 4\sqrt{x}$

д)  $y = \sin x + \cos x$

е)  $y = 4 \cos x + \frac{1}{4}$

ж)  $y = 2 \sin x + 3 \cos x$

з)  $y = 2 \operatorname{tg} x + 3x$

2. Найдите производную и вычислите ее значение в указанной точке:

а)  $y = 2x^3 + 4x$ ,  $x_0 = 2$

б)  $y = \cos x$ ,  $x_0 = \frac{\pi}{2}$

3. Найти производные следующих сложных функций:

а)  $y = (5x - 2)^7$

г)  $y = \cos(2x + \frac{\pi}{4})$

б)  $y = \sqrt{x - 4x^2}$

д)  $y = \cos^2 x$

в)  $y = \sin 5x$

е)  $y = \frac{1}{(5x + 1)^3}$

Вариант № 2

1. Найдите производную данной функции:

а)  $y = x^4 + 3x^2 + 2x$

и)  $y = x \sin x$

б)  $y = 4x^3 + 4x - 2$

к)  $y = \frac{x}{1+x^2}$

$$\text{в)} \quad y = 5 + \frac{1}{x} + \sqrt{x}$$

$$\text{л)} \quad y = \frac{3}{x^3}$$

$$\text{г)} \quad y = 5\sqrt{x} + \frac{3}{x}$$

$$\text{д)} \quad y = \sin x + \operatorname{tg} x$$

$$\text{е)} \quad y = 4 \sin x + \frac{1}{2}$$

$$\text{ж)} \quad y = 3 \sin x - 2 \cos x$$

$$\text{з)} \quad y = 4x - \operatorname{ctg} x$$

2. Найдите производную и вычислите ее значение в указанной точке:

$$\text{а)} \quad y = 3x^2 + x \quad x_0 = -1$$

$$\text{б)} \quad y = \sin x \quad x_0 = \pi$$

3. Найти производные следующих сложных функций:

$$\text{а)} \quad y = (7x + 3)^6 \quad \text{г)} \quad y = \sin\left(3x - \frac{\pi}{7}\right)$$

$$\text{б)} \quad y = \sqrt{2x + x^2} \quad \text{д)} \quad y = \sin^2 x$$

$$\text{в)} \quad y = \cos 7x \quad \text{е)} \quad y = \frac{1}{(6x - 1)^5}$$

Контрольные вопросы:

1. Что называется производной функцией?
2. Вспомнить формулы производных простых функций.
3. Какая функция называется сложной?
4. Как найти производную сложной функции?
5. Записать формулы производных сложных функций.

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради

### **Практическое занятие.**

**Тема:** Исследование функции с помощью производной.

**Цель:** Научиться применять производную для исследования функций на экстремум и построение графика. Научиться вычислять с помощью производной наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке.

**Время выполнения:** 6 часов

**Оборудование:** карточки-задания.

**Содержание работы:**

1. Найти интервалы монотонности и экстремумы функции  $y = 3x^3 - 6x$
2. Исследовать функцию на экстремум с помощью производной и построить график:  
 $y = 2x^3 - 6x$ ;  $y = 2 + 5x^3 - 3x^6$ ;  $y = x + \frac{4}{x}$ ;  $y = \sqrt{2 - x^2}$ .
3. Наибольшее и наименьшее значения функции  $y = 2x^3 - 6x$  на  $[0; 2]$
4. Самостоятельная работа.

### Вариант № 1

1. Исследуйте функцию и постройте график:  $y = 2x^3 - 6x + 5$
2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке  $[-2; 1]$   $y = x^4 - 2x^3$

### Вариант №2

1. Исследуйте функцию и постройте график:  $y = -\frac{1}{4}x^4 - x^2$

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке  $[-2;1]$   $y = 6x - 2x^3$

#### Вариант № 3

1. Исследуйте функцию и постройте график:  $y = x^4 - 2x^2$

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке  $[-1;3]$

$$y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 1$$

#### Вариант № 4

1. Исследуйте функцию и постройте график:  $y = x^4 - 2x^2 + 5$

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке  $[0;2]$   $y = -4x^3 + 3x$

Контрольные вопросы:

1. Как найти интервал монотонности.
2. Что называется экстремумом функции.
3. Правило нахождения максимума и минимума функции с помощью производной.
4. Произвести схему исследования функции с помощью производной.
5. Дать понятие точек разрыва функции.

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради

#### **Практическое занятие**

**Тема:** Решение задач профессиональной и практической направленности.

**Цель:** сформировать умения и навыки в решении задач по теме, показать связь математических знаний и умений с профессиональной и практической деятельностью.

**Время выполнения:** 2 часа

#### **Содержание работы:**

Задания 1; 2; 4; решают коллективно с разбором у доски.

Задания : 3; 5 – самостоятельно.

##### 1. Решение задач

1. Для хранения строительных материалов необходимо сделать временное хранилище в форме сварного каркаса, накрытого брезентом. Для изготовления каркаса, имеющего форму правильной четырёхугольной призмы, имеется 36 м металлического прута. Какую необходимо выбрать длину, ширину и высоту каркаса, чтобы под навес уместилось как можно больше строительных материалов?

2. Каковы должны быть стороны прямоугольного участка с периметром 120 м, чтобы площадь этого участка была наибольшей?

3. Прямоугольный участок земли площадью 4 га огораживается забором. Каковы должны быть размеры участка, чтобы площадь была наименьшей?

4. Проволочной сеткой длиной 240 м надо огородить прямоугольный участок земли. Какие размеры должен иметь участок, чтобы его площадь была наибольшей?

5. Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = -1/3t^3 + 2t^2 + 5t$ . а). Выведите формулу для вычисления скорости движения в любой момент времени  $t$ . б). Найдите скорость и ускорение в момент времени  $t = 2$  секунды. в). Через сколько секунд после начала движения тело остановится?

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради

**Практическое занятие**

**Тема:** Решение задач практической направленности.

**Цель:** сформировать умения и навыки в решении задач по теме, показать применение математических знаний в практической деятельности.

**Время выполнения:** 2 часа

**Содержание работы:**

Решение задач: 1. Предприятие производит  $X$  единиц некоторой однородной продукции в месяц. Установлено, что зависимость финансовых накоплений предприятия от объема выпуска выражается формулой  $f(x) = -0,02x^3 + 600x - 1000$ . При каком значении  $X$  финансовые накопления будут максимальными?

2. Реакция организма на введенное лекарство может выражаться в повышении кровяного давления, уменьшения температуры тела, изменении пульса или других физиологических показателей. степень реакции зависит от назначенного лекарства, его дозы. Предположим, что  $X$  обозначает дозу назначенного лекарства,  $Y$  - функция степени реакции описывается функцией  $y = R(x) = x^2(a - x)$ , где  $a$  - некоторая положительная постоянная. При каком значении  $X$  реакция максимальна?

3. Расход горючего легкового автомобиля (литр на 100 км.) в зависимости от скорости  $X$  км/ч при движении на 4-й передаче приблизительно описывается функцией:  $F(x) = 0,007x^3 - 0,18x + 10,2$ ,  $x > 30$ . При какой скорости расход горючего будет наименьшим?

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради

**Практическое занятие**

**Тема:** Выполнение тестового задания по теме «Производная».

**Цель:** проверить знания по теме «Производная».

**Время выполнения:** 2 часа

**Оборудование:** карточки-задания.

**Содержание работы:**

Выполнение тестового задания:

**Вариант 1**

A1. Найдите производную функции  $y = 4x^3$ .

- 1)  $12x^2$                       2)  $12x$                       3)  $4x^2$                       4)  $12x^3$

A2. Найдите производную функции  $y = 6x - 11$ .

- 1)  $-5$                       2)  $11$                       3)  $6$                       4)  $6x$

A3. Найдите производную функции  $y = \frac{x-1}{x}$ .

- 1)  $-\frac{1}{x^2}$                       2)  $\frac{x-1}{x^2}$                       3)  $\frac{2x+1}{x^2}$                       4)  $\frac{1}{x^2}$

A4. Найдите производную функции  $y = x \sin x$ .

- 1)  $\sin x - x \cos x$                       2)  $\sin x + x \cos x$                       3)  $\cos x$                       4)  $x + x \cos x$

A5. Найдите производную функции  $y = x^2 + \sin x$  в точке  $x_0 = \pi$ .

- 1)  $\pi^2 - 1$                       2)  $2\pi + 1$                       3)  $2\pi - 1$                       4)  $2\pi$

A6. Вычислите значение производной функции  $y = \frac{x^4}{2} - \frac{3x^2}{2} + 2x$  в точке  $x_0 = 2$ .

- 1) 10                      2) 12                      3) 8                      4) 6

A7. Найдите производную функции  $y = \sin(3x + 2)$ .

- 1)  $\cos(3x + 2)$               2)  $-3\cos(3x + 2)$               3)  $3\cos(3x + 2)$               4)  $-\cos(3x + 2)$

A8. Вычислите значение производной функции  $y = 3x^2 - 12\sqrt{x}$  в точке  $x_0 = 4$ .

- 1) 21                      2) 24                      3) 0                      4) 3,5

A9. Вычислите значение производной функции  $y = \frac{1}{2} \operatorname{tg}(4x - \pi) + \frac{\pi}{4}$

в точке  $x_0 = \frac{\pi}{4}$ .                      1) 2              2)  $\frac{\pi}{4}$               3) 4              4)  $\frac{\pi}{2}$

A10. Найдите производную функции  $y = x^2 \cos x$ .

- 1)  $2x \sin x$               2)  $-2x \sin x$               3)  $2x \cos x + x^2 \sin x$               4)  $2x \cos x - x^2 \sin x$

B1. Вычислите значение производной функции  $y = 14\sqrt{2x - 3}$  в точке  $x_0 = 26$ .

B2. Найдите значение  $x$ , при которых производная функции  $y = \frac{x - 2}{x^2}$  равна 0.

### Вариант 2

A1. Найдите производную функции  $y = \frac{1}{3} x^6$ .

- 1)  $2x^6$                       2)  $2x^5$                       3)  $\frac{1}{3} x^5$                       4)  $6x^5$

A2. Найдите производную функции  $y = 12 - 5x$ .

- 1) 7                      2) 12                      3) -5                      4) -5x

A3. Найдите производную функции  $y = \frac{x + 3}{x}$ .

- 1)  $\frac{3}{x^2}$                       2)  $\frac{2x - 3}{x^2}$                       3)  $-\frac{3}{x^2}$                       4)  $-\frac{3}{x}$

A4. Найдите производную функции  $y = x \cos x$ .

- 1)  $\cos x - x \sin x$               2)  $\cos x + x \sin x$               3)  $-\sin x$                       4)  $x - \sin x$

A5. Найдите производную функции  $y = x^2 + \cos x$  в точке  $x_0 = \frac{\pi}{2}$ .

- 1)  $\pi^2 - 1$                       2)  $\pi + 1$                       3)  $\frac{\pi}{2} - 1$                       4)  $\pi - 1$

A6. Вычислите значение производной функции  $y = \frac{x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} + 3x$  в точке  $x_0 = 2$ .

- 1) 13                      2) 3                      3) 8                      4) 27

A7. Найдите производную функции  $y = \cos(5x - 2)$ .

- 1)  $-2\sin(5x-2)$       2)  $-5\sin(5x-2)$       3)  $5\sin(5x-2)$       4)  $\sin(5x-2)$

A8. Вычислите значение производной функции  $y = \frac{3}{x} - \sqrt{x}$  в точке  $x_0 = \frac{1}{4}$ .

- 1) -47      2) -49      3) 47      4) 11,5

A9. Вычислите значение производной функции  $y = 1 + \operatorname{ctg}(2x + \pi)$

в точке  $x_0 = -\frac{\pi}{4}$ .      1) 2      2) -1      3) -2      4)  $-\frac{1}{2}$

A10. Найдите производную функции  $y = x^2 \sin x$ .

- 1)  $2x \cos x$       2)  $2x \sin x - x^2 \cos x$       3)  $2x \sin x + x^2 \cos x$       4)  $-2x \cos x$

B1. Вычислите значение производной функции  $y = 30\sqrt{4-3x}$  в точке  $x_0 = -7$ .

B2. Найдите значение  $x$ , при которых производная функции  $y = \frac{x+2}{x^2}$  равна 0.

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради

### **Практическое занятие**

**Тема:** Вычисление первообразных и интеграла

**Цель:** Научиться вычислять первообразную, определенный и неопределенный интеграл.

**Время выполнения:** 4 часа

**Оборудование:** карточки-задания.

### **Содержание работы:**

1. Фронтальный опрос.
2. Решение задач.

1. Найдите первообразную для следующих функций:

А)  $f(x) = \sqrt{3}$ ;

Б)  $f(x) = x^8$ ;

В)  $f(x) = \frac{1}{x^5}$ ;

Г)  $f(x) = 2 - x^4 + 3x^7$ ;

Д)  $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x} - \frac{2}{3}$ ;

Е)  $f(x) = (4x - 5)^2$ ;

Ж)  $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 6x\right)$ .

2. Найдите первообразную для следующих функций, проходящую через точку М:

А)  $f(x) = 3x^2 - 8x^3 + 5$ , М(-2; 10);

Б)  $f(x) = -8 \cos x$ , М( $\frac{\pi}{6}$ ; 5).

3. Выполнение самостоятельной работы:

#### **Вариант 1**

1. Найдите первообразную для следующих функций:

А)  $f(x) = -0,45$ ;

Б)  $f(x) = x^{10}$ ;

В)  $f(x) = \frac{1}{x^7}$ ;

Г)  $f(x) = 4 + 2x^6 + x^2$ ;

Д)  $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x} - \sqrt{7}$ ;

Е)  $f(x) = (5x - 6)^3$ ;



Ж)  $f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{6} - 5x\right)$ .

2. Найдите первообразную для следующих функций, проходящую через точку М:

А)  $f(x) = x - 9x^2 + 4$ , М(-4; -20);

Б)  $f(x) = 4 \sin x$ , М( $\frac{\pi}{3}$ ; 7).

## Вариант 2

1. Найдите первообразную для следующих функций:

А)  $f(x) = 132$ ;

Б)  $f(x) = x^{11}$ ;

В)  $f(x) = \frac{1}{x^8}$ ;

Г)  $f(x) = -2x + 6x^9 - 0,5$ ;

Д)  $f(x) = \frac{2}{5} + \cos x$ ;

Е)  $f(x) = (\sqrt{2} - 6x)^5$ ;

Ж)  $f(x) = \frac{1}{\cos^2(3x+\pi)}$ .

2. Найдите первообразную для следующих функций, проходящую через точку М:

А)  $f(x) = 7 - 6x^2 + 12x^3$ , М(2; -25);

Б)  $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$ , М( $\frac{3\pi}{4}$ ; -5).

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради.

## Практическое занятие

**Тема:** Теорема Ньютона-Лейбница.

**Цель:** Научиться вычислять площадь и определенный интеграл, используя формулу Ньютона-Лейбница

**Время выполнения:** 4 часа

**Оборудование:** карточки-задания.

**Содержание работы:**

1. Фронтальный опрос.

2. Решение задач.

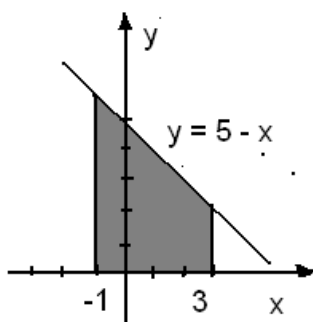
1. Вычислите определенные интегралы:

а)  $\int_2^3 x^2 dx$ ;      б)  $\int_{-1}^0 (x^2 + 4x - 1) dx$ ;      в)  $\int_1^3 6x^2 dx$ ;      г)  $\int_0^2 (2x^3 - x - 1) dx$ ;

д)  $\int_{-1}^0 (x^2 + 2x) dx$ ;      е)  $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$ ;      ж)  $\int_0^1 x^4 dx$ ;      з)  $\int_{-1}^1 (2x^2 - 5x - 7) dx$ ; и)  $\int_{-2}^0 (-x^2 +$

$3x) dx$ ;      к)  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin^2 x} dx$       л)  $\int_{-2}^2 (3x^3 - 2x) dx$ ;      м)  $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$ .

2. Найдите площадь изображенной фигуры по формуле Ньютона-Лейбница:



4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями (предварительно построив её):

а)  $y = 4x - x^2$  и осью  $Ox$ ;

б)  $y = x^2 + 2$  и  $y = x + 4$ .

3. Выполнение самостоятельной работы:

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
1. $\int 7dx$	1. $\int 5dx$	1. $\int 3dx$
2. $\int x^8dx$	2. $\int x^6dx$	2. $\int x^3dx$
3. $\int \frac{1}{x}dx$	3. $\int \frac{1}{x}dx$	3. $\int \frac{1}{x}dx$
4. $\int \sin x dx$	4. $\int \cos x dx$	4. $\int \sin x dx$
5. $\int 8e^x dx$	5. $\int 4e^x dx$	5. $\int 5e^x dx$
6. $\int 4 \cos x dx$	6. $\int 6 \sin x dx$	6. $\int 9 \cos x dx$
7. $\int (7x - 8)^4 dx$	7. $\int (3x + 9)^6 dx$	7. $\int (4x - 3)^5 dx$
8. $\int (7x^2 - 3x^3 + 4x^5) dx$	8. $\int (5x^3 - 4x^2 + 7x^4) dx$	8. $\int (4x^4 + 6x^2 - 8x^7) dx$
9. $\int \sin(7x - \frac{\pi}{4}) dx$	9. $\int \cos(5x - \frac{\pi}{2}) dx$	9. $\int \sin(6x - \frac{\pi}{3}) dx$
10. $\int (8 \cos 4x - 2\sqrt{x} + e^{5x+2}) dx$	10. $\int (6 \sin 2x - 6\sqrt{x} + e^{7x-9}) dx$	10. $\int (3 \cos 5x - 7\sqrt{x} + e^{8x+1}) dx$
Вариант 4	Вариант 5	Вариант 6
1. $\int 2dx$	1. $\int 4dx$	1. $\int 6dx$
2. $\int x^5dx$	2. $\int x^9dx$	2. $\int x^7dx$
3. $\int \frac{1}{x}dx$	3. $\int \frac{1}{x}dx$	3. $\int \frac{1}{x}dx$
4. $\int \sin x dx$	4. $\int \cos x dx$	4. $\int \sin x dx$

5. $\int 6e^x dx$ 6. $\int 4 \cos x dx$ 7. $\int (6x - 10)^8 dx$ 8. $\int (6x^3 + 8x^7 - 3x^8) dx$ 9. $\int \sin(9x - \frac{\pi}{5}) dx$ 10. $\int (8 \cos 4x - 2\sqrt{x} + e^{5x+2}) dx$	5. $\int 3e^x dx$ 6. $\int 6 \sin x dx$ 7. $\int (5x + 11)^7 dx$ 8. $\int (12x^7 + 6x^5 + 4x^6) dx$ 9. $\int \cos(8x - \frac{\pi}{3}) dx$ 10. $\int (6 \sin 2x - 6\sqrt{x} + e^{7x-9}) dx$	5. $\int 9e^x dx$ 6. $\int 9 \cos x dx$ 7. $\int (7x - 2)^3 dx$ 8. $\int (4x^3 + 3x^9 - 5x^2) dx$ 9. $\int \sin(3x - \frac{\pi}{4}) dx$ 10. $\int (3 \cos 5x - 7\sqrt{x} + e^{8x+1}) dx$
Вариант 7 1. $\int 8 dx$ 2. $\int x^8 dx$ 3. $\int \frac{1}{x} dx$ 4. $\int \sin x dx$ 5. $\int 8e^x dx$ 6. $\int 4 \cos x dx$ 7. $\int (7x - 8)^4 dx$ 8. $\int (7x^2 - 3x^3 + 4x^5) dx$ 9. $\int \sin(7x - \frac{\pi}{4}) dx$ 10. $\int (8 \cos 4x - 2\sqrt{x} + e^{5x+2}) dx$	Вариант 8 1. $\int 9 dx$ 2. $\int x^6 dx$ 3. $\int \frac{1}{x} dx$ 4. $\int \cos x dx$ 5. $\int 4e^x dx$ 6. $\int 6 \sin x dx$ 7. $\int (3x + 9)^6 dx$ 8. $\int (5x^3 - 4x^2 + 7x^4) dx$ 9. $\int \cos(5x - \frac{\pi}{2}) dx$ 10. $\int (6 \sin 2x - 6\sqrt{x} + e^{7x-9}) dx$	Вариант 9 1. $\int 10 dx$ 2. $\int x^3 dx$ 3. $\int \frac{1}{x} dx$ 4. $\int \sin x dx$ 5. $\int 5e^x dx$ 6. $\int 9 \cos x dx$ 7. $\int (4x - 3)^5 dx$ 8. $\int (4x^4 + 6x^2 - 8x^7) dx$ 9. $\int \sin(6x - \frac{\pi}{3}) dx$ 10. $\int (3 \cos 5x - 7\sqrt{x} + e^{8x+1}) dx$
Вариант 10 1. $\int 7 dx$ 2. $\int x^8 dx$ 3. $\int \frac{1}{x} dx$ 4. $\int \sin x dx$ 5. $\int 8e^x dx$ 6. $\int 4 \cos x dx$ 7. $\int (6x - 10)^8 dx$ 8. $\int (7x^2 - 3x^3 + 4x^5) dx$	Вариант 11 1. $\int 5 dx$ 2. $\int x^6 dx$ 3. $\int \frac{1}{x} dx$ 4. $\int \cos x dx$ 5. $\int 4e^x dx$ 6. $\int 6 \sin x dx$ 7. $\int (5x + 11)^7 dx$ 8. $\int (5x^3 - 4x^2 + 7x^4) dx$ 9. $\int \cos(5x - \frac{\pi}{2}) dx$	Вариант 12 1. $\int 3 dx$ 2. $\int x^3 dx$ 3. $\int \frac{1}{x} dx$ 4. $\int \sin x dx$ 5. $\int 5e^x dx$ 6. $\int 9 \cos x dx$ 7. $\int (7x - 2)^3 dx$ 8. $\int (4x^4 + 6x^2 - 8x^7) dx$

9. $\int \sin(7x - \frac{\pi}{4}) dx$	10. $\int (6 \sin 2x - 6\sqrt{x} + e^{7x-9}) dx$	9. $\int \sin(6x - \frac{\pi}{3}) dx$
10. $\int (8 \cos 4x - 2\sqrt{x} + e^{5x+2}) dx$		10. $\int (3 \cos 5x - 7\sqrt{x} + e^{8x+1}) dx$

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради

### Практическое занятие

**Тема:** Решение задач профессиональной направленности.

**Цель:** сформировать навыки применения интеграла при решении задач прикладного характера и с производственным содержанием.

**Время выполнения:** 2 часа

**Оборудование:** опорный конспект

**Содержание работы:**

1. Работа с опорным конспектом.

2. Решение задач на основе опорного конспекта.

Опорный конспект:

#### Задача о вычислении пути

Согласно физическому смыслу первой производной, производная функции в точке есть

мгновенная скорость точки, т.е.  $v(t) = s'(t) = \frac{ds}{dt}$ . Отсюда,  $ds = v(t)dt$ . Интегрируя полученное равенство в пределах от  $t_1$  до  $t_2$  получаем

$$\int_{t_1}^{t_2} ds = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt$$

Тогда путь, пройденный точкой при неравномерном движении по прямой с переменной скоростью  $v(t)$  за отрезок времени  $[t_1, t_2]$  выражается интегралом

$$S = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt.$$

(1)

Пример 1. Скорость прямолинейного движения тела выражается формулой  $v = 2t + 3t^2$  (м/с). Найти путь, пройденный телом за 5 секунд от начала движения.

Решение.

$$S = \int_0^5 (2t + 3t^2) dt = (t^2 + t^3) \Big|_0^5 = 150 \text{ (м)}.$$

Пример 2. Два тела начали двигаться одновременно из одной точки в одном направлении

по прямой. Первое тело движется со скоростью  $v_1 = (6t^2 + 2t)$  м/с, второе – со скоростью  $v_2 = (4t + 5)$  м/с. На каком расстоянии друг от друга они окажутся через 5 с?

Решение. Искомая величина есть разность расстояний, пройденных телами за 5 с.

$$S_1 = \int_0^5 (6t^2 + 2t) dt = (2t^3 + t^2) \Big|_0^5 = 275 \text{ (м)}$$

$$S_2 = \int_0^5 (4t + 5) dt = (2t^2 + 5t) \Big|_0^5 = 75 \text{ (м)}$$

Таким образом,  $S = S_1 - S_2 = 275 - 75 = 200$  (м).

#### Задача о вычислении работы переменной силы

Пусть материальная точка под действием силы  $F$  движется по прямой. Если действующая сила постоянна, а пройденный путь равен  $s$ , то как известно из курса физики, работа  $A$  этой  $F$  вычисляется по формуле:

$$A = F \cdot s$$

Работу переменной силы  $f(x)$  при перемещении по оси  $Ox$  материальной точки от  $x=a$  до  $x=b$ , находим по формуле (3):

$$A = \int_a^b f(x) dx \quad (2)$$

Решении задач на вычисление работы силы упругости, связанных с растяжением и сжатием пружин, основывается на законе Гука. По закону Гука сила  $F$ , растягивающая или сжимающая пружину, пропорциональна этому растяжению или сжатию, т.е.  $F=kx$ , где  $x$  – величина растяжения или сжатия,  $k$  – коэффициент пропорциональности.

Пример 1. Сила упругости  $F$  пружины, растянутой на  $l_1 = 0,05$  м, равна 3Н. Какую работу надо произвести, чтобы растянуть пружину на  $l_2 = 0,1$  м?

Решение. Подставив данные в формулу закона Гука, получим:  $3=k \cdot 0,05$ , т.е.  $k=60$ , следовательно, сила упругости выражается соотношением  $F=60x$ . Найдем работу переменной силы по формуле (2), полагая, что  $a=0$ ;  $b=0,1$ :

$$A = \int_0^{0,1} 60x dx = 30x^2 \Big|_0^{0,1} = 0,3 \text{ Дж}$$

#### Задача о силе давления жидкости

Согласно закону Паскаля величина  $P$  давления жидкости на горизонтальную площадку вычисляется по формуле  $P=ghS$ , (4)

Где  $g$  – ускорение свободного падения в м/с<sup>2</sup>;

$\rho$  – плотность жидкости в кг/м<sup>3</sup>;

$h$  – глубина погружения площадки в м;

$S$  – площадь площадки в м<sup>2</sup>.

По этой формуле нельзя искать давление жидкости на вертикально погруженную пластинку, так как ее разные точки лежат на разных глубинах.

Пусть в жидкость погружена вертикально пластина, ограниченная линиями  $x = a$ ,  $x = b$ ,  $y_1 = f_1(x)$  и  $y_2 = f_2(x)$ ; система координат выбрана так, как указано на рисунке 1.

Для решения задачи разобьем пластину на  $n$  частей (малых горизонтальных полосок) прямыми, параллельными поверхности жидкости (т.е. параллельными оси  $OY$ ). На

глубине  $x$  выделим одну из них и обозначим через  $f(x)$  ее длину, а через  $\Delta x$  ее ширину.

Приняв полоску за прямоугольник, находим ее площадь  $S = f(x) \cdot \Delta x$ .

$$P = g \rho f(x) \cdot \Delta x \cdot x$$

Найдем дифференциал  $dp$  этой функции.

$$dp = g \rho f(x) \cdot x dx$$

Тогда по закону Паскаля интегрируя полученное равенство в пределах от  $x = a$  до  $x = b$ , получим

$$P = g \rho \int_a^b x f(x) dx \quad (3)$$

#### Пример

Аквариум имеет форму прямоугольного параллелепипеда. Найдем силу давления воды (плотность воды 1000 кг/м<sup>3</sup>), наполняющей аквариум, на одну из его вертикальных стенок, размеры которой 0,4 м х 0,7 м.

Решение. Выберем систему координат так, чтобы оси  $Oy$  и  $Ox$  соответственно содержали верхнее основание и боковую сторону вертикальной стенки аквариума. Для нахождения силы давления воды на стенку воспользуемся формулой (3). Стенка имеет форму

прямоугольника, поэтому  $f(x)=0,7x$ ,  $x \in [0,0,4]$ . Так как пределы интегрирования  $a=0$  и  $b=0,4$ , то получим:

$$P = g \int_0^{0,4} 1000 \cdot 0,7 \cdot x dx = 700 \left. \frac{x^2}{2} \right|_0^{0,4} = 56g \approx 549 \text{ Н}$$

№ п/п	Физическая величина	Формула	Единицы измерения
1	Путь, пройденный точкой с переменной скоростью $v(t)$ за отрезок времени $[t^1, t^2]$	$S = \int_{t^1}^{t^2} v(t) dt$	$t^1, t^2 - \text{с};$ $v(t) - \text{м/с};$ $S - \text{м}.$
2	Работа переменной силы $f(x)$ на пути от точки а до точки b	$A = \int_a^b f(x) dx$	$f(x) - \text{Н};$ $a; b - \text{м};$ $A - \text{Дж}.$
3	Сила давления жидкости на вертикальную пластину	$P = g \int_a^b p x f(x) dx$	$g = 9,8 \text{ м/с}^2;$ $p - \text{кг/м}^3;$ $a; b - \text{м};$ $p - \text{Н}.$

2. Решите задачи на основе опорного конспекта:

1. Скорость прямолинейного движения тела выражается формулой  $v = 9t^2 - 2t - 8$  (м/с). Найти путь, пройденный телом за 3 секунды от начала движения.
2. Два тела начали двигаться одновременно из одной точки в одном направлении по прямой. Первое тело движется со скоростью  $v_1 = (2t^2 + 4t)$  м/с, второе – со скоростью  $v_2 = (3t + 2)$  м/с. На каком расстоянии друг от друга они окажутся через 10 с?
3. Силу упругости  $F$  пружины, растянутой  $l_1 = 0,02$  м, равна 2Н. Какую работу надо провести, чтобы растянуть пружину на  $l_2 = 0,05$  м?
4. Вычислить работу, совершенную при сжатии пружины на 0,06 м, если для ее сжатия на 0,01 нужна сила 10 Н.

Контрольные вопросы:

- Какие физические величины можно вычислить с помощью определенного интеграла?
- По какой формуле вычисляется путь, пройденной точки с переменной скоростью?
- По какой формуле вычисляется работа переменной силы?
- От каких величин зависит величина силы давления на погруженную в жидкость пластину?
- С помощью какой формулы вычисляется сила давления жидкости на вертикальную пластину?

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради

**Элементы теории вероятностей и математической статистики 3 часа.**

**Практическое занятие**

**Тема:** Решение профессиональной направленности с применением вероятностных методов.

**Цель:** научиться решать несложные задачи по теории вероятностей и статистики в профессиональной и практической деятельности.

**Время выполнения:** 3 часа

**Оборудование:** карточки-задания, конспекты.

**Содержание работы:**

Повторить как вычисляется вероятность события, размах, мода,

.Решение задач по теме (2 часа)

1. На предприятии имеются 2 устройства, подающие сигнал в случае аварии оборудования. Вероятность того, что в случае аварии подаст сигнал 1 - 0,95, а вероятность того, что 2 - 0,9. Считая, что подача сигнала 1 и 2 устройствами - независимые события, найдите вероятность того, что при аварии подаст сигнал хотя бы одна из сигнализаций.
2. Пусть всхожесть семян некоторого растения равна 90%. Найти вероятность того, что взойдут 3 из 5 посеянных семян.
3. Перед началом матча по футболу судья бросает монету, чтобы определить, какая из команд будет первой владеть мячом. Команда «Белые» по очереди играет с командами «Красные», «Синие» и «Зелёные». Найдите вероятность того, что ровно в двух матчах из трёх право первой владеть мячом получит команда «Белые».
4. Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо (или не пишет), равна 0,26. Покупатель в магазине выбирает одну шариковую ручку. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.
5. Вероятность того, что мотор холодильника прослужит более 1 года, равна 0,8, а вероятность того, что он прослужит более 2 лет, равна 0,6. Какова вероятность того, что мотор прослужит более 1 года, но не более 2 лет?
6. Найдите среднее арифметическое, размах, моду и медиану ряда чисел составленного из оценок по математике за 1 семестр обучающихся вашей группы.
7. В среднем на 150 карманных фонариков - три неисправных. Найдите вероятность купить работающий фонарик.
8. В группе 8 туристов, в том числе и турист Иван. С помощью жребия они выбирают двух человек, которые должны пойти в село за продуктами. Какова вероятность того, что Ивану выпадет по жребию пойти в село?
9. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что решка выпадет ровно два раза.
10. Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали идти. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась достигнув отметки 4, но не дойдя до отметки 7.
11. Вероятность того, что новый персональный компьютер прослужит больше года, равна 0,98. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,84. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.
12. В некотором городе из 2000 появившихся на свет младенцев 990 девочек. Найдите частоту рождения мальчиков в этом городе.
13. Марина и Дина бросают кубик по одному разу. Выигрывает та девочка, у которой выпадет больше очков. Первой кубик бросила Марина, у неё выпало 3 очка. Найдите вероятность того, что Дина выиграет.
14. В каждой пятой банке кофе согласно условиям акции есть приз. Призы распределены по банкам случайно. Дима покупает банку кофе в надежде выиграть приз. Найдите вероятность того, что Дима не найдёт приз в своей банке.

### ***Самостоятельная работа*** (1 час).

#### **I вариант**

1. Для каждого из событий определите, каким оно является: невозможным, достоверным или случайным. Из 25 человек класса двое справляют день рождения: 1) 30 января; 2) 30 февраля.
2. В ящике находятся 2 белых, 3 черных и 5 красных шаров. Какова вероятность того, что вынутый шар белый или черный? не белый?
3. Найдите среднее арифметическое, размах, моду и медиану чисел: -21, -33, -35, -19, -20, -22.

#### **II вариант**

1. Для каждого из событий определите, каким оно является: невозможным, достоверным или случайным. Открывается учебник литературы и находится слово на левой странице. Это слово начинается: 1) с буквы «К»; 2) с буквы «Б».
  2. В коробке 3 черных, 4 красных и 5 синих карандашей. Найти вероятность того, вынутый карандаш красный или синий? Не синий?
  3. Найдите среднее арифметическое. Размах, моду и медиану чисел:  
-4, -6, 0, 4, 0, 6, 8, -12.
- Контрольные вопросы:
1. Какие события бывают?
  2. Как вычисляется вероятность события?
  3. Теорема сложения и умножения.
  4. Формулы для расчета размаха, моды, медианы и среднего арифметического.

**Форма отчетности** – самостоятельная работа, оформленная в тетради.

### **Уравнения и неравенства 10 часов.**

#### **Практическое занятие**

**Тема:** Корни уравнений. Равносильность уравнений. Преобразование уравнений.

**Цель:** Владение стандартными приемами находить корни, обобщать, систематизировать, видеть равносильность преобразования уравнений.

**Время выполнения:** 1 час

#### **Содержание работы:**

Выполните упражнения

- 1) Уравнения  $x^2 - 4 = 0$  и  $(x + 2)(2^x - 4) = 0$  - равносильны?
- 2) Решить двумя способами уравнения и сделать вывод:
  - а)  $\sqrt{x + 11} = x - 1$ ;
  - б)  $\sqrt{x - 5} = \sqrt{2 - x}$ .
- 3) Являются ли уравнения равносильными:  $2^x - 2^{x-4} = 15$  и  $x + \sqrt{25 - x^2} = 7$ ?
- 4) Решить уравнение:  $\sin 4x = 0$  и вычислить полученный результат при  $k = 0$ ;  $\pm 2$
- 5) Найти корень уравнения:  $\frac{2x-9}{2x-5} - \frac{3x}{2-3x} = 2$

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради

#### **Практическое занятие**

**Тема:** Использование свойств и графиков функций для решения уравнений и неравенств.

**Цель:** отработать основные приемы решения уравнений и неравенств, используя свойства и график функции

**Время выполнения:** 1 час.

#### **Содержание работы:**

1. Вспомним основные свойства функций.
2. Решите уравнения и неравенства используя свойства функций:
 

Решить неравенство:  $x^2 - 2x - 3 \geq 0$

Решить уравнение:  $\sqrt{x^3 + 24} = 3x + 8 + \sqrt{x^3 + 12}$

Решите уравнение  $\sin(x^3 + 2x^2 + 1) = 1$

Решите неравенство  $\sqrt{x + 3} + \sqrt[4]{9 - x} < \sqrt{3}$

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради



### Практическое занятие

**Тема:** Решение иррациональных уравнений.

**Цель :** проверить знания решения иррациональных уравнений.

**Время выполнения:** 1 час

**Оборудование:** карточки-задания.

**Содержание работы:**

Выполнение тестового задания.

#### Вариант 1

1. Найдите корни уравнения  $\sqrt{x+2} = 4$ .

1. 2    2. -6    3. 14    4. корней нет

2. Решите уравнение  $\sqrt{x-6} = \sqrt{x+12}$ .

1. -3    2. 4    3. 9    4. корней нет

3. Найдите корни уравнения  $\sqrt{x+25} = x+5$ .

1. 0;10    2. 0;-9    3. 0    4. корней нет

4. Решите уравнение  $\sqrt{2x^2-6x+9} = \sqrt{2x^2+3x-18}$

1. -3    2. 3    3. 0;3    4. корней нет

5. Найдите корни уравнения  $\sqrt{9x^2-5x+2} = \sqrt{8x^2-3x+17}$

1. 5    2. -3;5    3. -5;3    4. корней нет

6. Найдите корни уравнения  $\sqrt{(x-8)^2} = 8-x$

1. 8    2.  $[8; \infty)$     3.  $(-\infty; 8]$     4. -8

7. Решите уравнение  $(x+2)\sqrt{x+1} = 0$

1. -2    2. -2;-1    3. -1    4.  $[-1; \infty)$

8. Найдите корни уравнения  $(x^2-100)\sqrt{1-27x} = 0$

1. -10;  $\frac{1}{27}$     2. -10;10    3.  $\frac{1}{27}$     4. -10;  $\frac{1}{27}$

9. Решите уравнение  $(x+16)\sqrt{x^2+2x+4} = 2x+32$

1. -16;-2;0    2. -16    3. 0;-2    4. -16;-2

#### Вариант 2

1. Найдите корни уравнения  $\sqrt{3x+1} = 17$ .

1. 5      2. 96      3. -6      4. корней нет

2. Решите уравнение  $\sqrt{12x+9} = \sqrt{12x-7}$ .

1. 1,5      2. 4      3. 2.      4. корней нет

3. Найдите корни уравнения  $\sqrt{x+16} = x-4$ .

1. 0      2. 0;9      3. 9      4. корней нет

4. Решите уравнение  $\sqrt{0,7x^2 - 2x + 3} = \sqrt{0,7x^2 + x - 6}$

1. -3      2. 3      3. 1      4. корней нет

5. Найдите корни уравнения  $\sqrt{3x^2 - 3x + 1} = \sqrt{2x^2 - x + 16}$

1. 5      2. -3;5      3. -5;3      4. корней нет

6. Решите уравнение  $x+3 = \sqrt{2x^2+18}$

1. 0;3      2. 0;-3      3. корней нет      4. 3

7. Решите уравнение  $(x-24)\sqrt{x-36} = 0$

1. 36      2. 24; 36      3. 24      4.  $[36; \infty)$

8. Найдите корни уравнения  $(x^2 - 121)\sqrt{1-11x} = 0$

1. 11;  $\frac{1}{11}$       2. 11;-11      3. -11      4. -11;  $\frac{1}{11}$

9. Решите уравнение  $(x+7)\sqrt{x^2+3x+7} = 2x+14$

1. -7      2. 0      3. -7;0      4. корней нет

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради

### **Практическое занятие**

**Тема:** Решение показательных уравнений.

**Цель :** проверить знания решения показательных уравнений.

**Время выполнения:** 1 час

**Оборудование:** карточки-задания.

**Содержание работы:**

Выполнение тестового задания.

1. Решите уравнение  $2^x = 32$   
1) 4      2) 5      3) 16      4) 3

2. Решите уравнение  $3^{x-1} = 27$

- 1) 9      2) 8      3) 2      4) 4

3. Решите уравнение  $\left(\frac{1}{7}\right)^x = 49$

- 1) 2      2) -2      3) 7      4) -7

4. Решите уравнение  $12^x = 1$

- 1) 12      2) -12      3) 0      4) 11

5. Решите уравнение  $2^{-x} = 8$

- 1) 3      2) 4      3) -4      4) -3

6. Решите уравнение  $2^x \cdot 3^x = 36$

- 1) 6      2) 2      3) -2      4) 31

7. Решите уравнение  $2^{x+8} = \frac{1}{16}$

- 1) -4      2) 12      3) -12      4) 4

8. Решите уравнение  $3^{x^2-x} = 1$

- 1) 0; 1      2) 1      3) 0      4) 0; -1

9. Решите уравнение  $2^{x-2} = -2$

- 1) -1      2) 1      3) -3      4) нет решений

10. Решите уравнение  $10^{x^2} = 10$

- 1) 1      2) 0      3) -1; 1      4) -1

11. Решите уравнение  $3^x = 27$

- 1) 3      2) 9      3) 4      4) 2

12. Решите уравнение  $5^{x-2} = 25$

- 1) 2      2) 4      3) 5      4) 3

13. Решите уравнение  $6^{x-4} = -6$

- 1) -1      2) 5      3) корней нет      4) -5

14. Решите уравнение  $3^{x+2} + 3^x = 90$

- 1) 2      2) 44      3) 1      4) 3

15. Решите уравнение  $100^x - 11 \cdot 10^x + 10 = 0$

- 1) 10; 1      2) 0; 1      3) 1      4) 10

16. Решите уравнение  $6^{x-2} = 36$

- 1) 5      2) 2      3) 4.      4) 8

17. Решите уравнение  $9^{x-1} = -9$

- 1) -1      2) корней нет      3) 2      4) -2

18. Решите уравнение  $3^{x+1} + 3^x = 108$

- 1) 2      2) 35      3) 3      4) 9

19. Решите уравнение  $4^x + 2 \cdot 2^x - 80 = 0$

- 1) 3                      2) 3;5;                      3) 8; - 10.                      4) 5; - 10

**Форма отчетности** – практическая работа, оформленная в тетради

**Практическое занятие**

**Тема:** Решение тригонометрических уравнений.

**Цель:** проверить знания решения тригонометрических уравнений.

**Время выполнения:** 1 час

**Оборудование:** карточки-задания.

**Содержание работы:**

Выполнение тестового задания.

**Вариант № 1**

1. Вычислить  $\arcsin \frac{1}{2}$  ;

- 1)  $\frac{\pi}{6}$  ; 2)  $\frac{5\pi}{6}$  ; 3)  $\frac{\pi}{3}$  ;

2. Решить уравнение  $\sin \left( \frac{x}{2} + \frac{\pi}{2} \right) = 1$ ;

1)  $\frac{\pi}{2} + 2\pi k$  ,  $k \in \mathbb{Z}$

2)  $4\pi k$  ,  $k \in \mathbb{Z}$

3)  $2\pi k$  ,  $k \in \mathbb{Z}$

3. Решить уравнение  $\cos \left( \frac{x}{2} - \frac{\pi}{4} \right) = 1$  ;

1)  $2\pi k$  ,  $k \in \mathbb{Z}$

2)  $\frac{\pi}{8} + \pi k$  ,  $k \in \mathbb{Z}$

3)  $\frac{\pi}{2} + 4\pi k$  ,  $k \in \mathbb{Z}$

4. Найти область определения функции  $y = \frac{1}{\cos 2x - 1}$  ;

1)  $x \neq \frac{\pi k}{2}$  ,  $k \in \mathbb{Z}$

2)  $x \neq \pi k$  ,  $k \in \mathbb{Z}$

3)  $x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}$  ,  $k \in \mathbb{Z}$

5. Решить уравнение  $2\operatorname{tg} x - 3\operatorname{ctg} x - 1 = 0$  ;

$$1) \arctg 1,5 + \pi k; \quad -\frac{\pi}{4} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$2) \pm \frac{\pi}{4} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$3) \arctg 1,5 + \pi k; \quad \frac{2\pi}{3} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

### Вариант № 2

1. Вычислить  $\arccos \frac{\sqrt{3}}{2}$ ;

$$1) \frac{\pi}{3}; \quad 2) \frac{\pi}{6}; \quad 3) -\frac{\pi}{6};$$

2. Решить уравнение  $2\cos(-2x-1)=0$ ;

$$1) (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$2) \frac{\pi}{3} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$3) \pm \frac{\pi}{6} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

3. Решить уравнение  $\operatorname{tg}\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ;

$$1) \frac{\pi k}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$2) \frac{\pi}{6} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$3) \frac{\pi}{3} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

4. Определить, при каких значениях  $x$  функция  $y = \frac{1}{\sin 3x - 1}$  существует;

$$1) x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi k}{3}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$2) x \neq \frac{\pi k}{3}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$3) x \neq \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi k}{3}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

5. Решить уравнение  $\sin^2 x + \sin 2x - 3\cos^2 x = 0$ ;

$$1) \quad \frac{\pi}{4} + \pi k, \quad \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$2) \quad \pm \frac{\pi}{4} + \pi k, \quad \arctg(-3) + \pi k; \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$3) \quad \frac{\pi}{4} + \pi k, \quad \arctg(-3) + \pi k; \quad k \in \mathbb{Z}$$

**Форма отчетности**- практическая работа, выполненная в тетради.

### **Практическое занятие**

**Тема:** Решение профессиональной направленности.

**Цель:** сформировать умения и навыки в решении задач по теме, показать применение математических знаний и умений в практической и профессиональной деятельности.

**Время выполнения:** 5 часов

**Оборудование:** карточки-задания, конспекты.

### **Содержание работы:**

Задания с нечётными номерами решаем коллективно с разбором и разъяснением у доски, с чётными номерами –самостоятельно.

1. На какое время рассчитан запас зерна в ящике сеялки вместимостью 250 кг, если ширина ее захвата 3,7 м, а скорость движения 3,6 км/ч? Норма высева 160 кг зерна на 1га.
- 2.Сев намечали закончить за 7 дней. Однако ежедневно засевали на 200 га больше, чем было намечено. Сев закончили за 5 дней. Сколько гектаров намечалось засеять ежедневно и какова площадь засеянного поля ?
- 3 Бригада колхоза намечала вспахивать по 60 га за 1 день. Ежедневно план вспашки перевыполняли на 25 %, поэтому пахоту закончили на 1 день раньше срока. Определить, за сколько дней было вспахано поле и какова его площадь.
4. С 1га подсолнечника можно получить масла, жмыхов и лузги 12,6 ц, причем масла на 0,2ц больше, чем жмыхов, а лузги в 2,5 раза меньше, чем масла и жмыхов. Определить, сколько масла, жмыхов и лузги получают с 1га.
5. Ремонтно-техническая станция должна была в определенный срок отремонтировать 48 тракторов. Перевыполняя план ремонта в среднем на 4 трактора в месяц, станция отремонтировала все тракторы на месяц раньше срока. Сколько тракторов в месяц отремонтировала станция?
6. Трактор ДТ-54 расходует в сутки на 1,5 кг автола больше, чем трактор «Беларусь». Определить среднесуточный расход автола каждым трактором, если трактор ДТ-54 израсходовал 50 кг автола, а «Беларусь» 42 кг автола, проработав на двое суток больше.
- 7.Газон прямоугольной формы со сторонами 25 и 10 м окаймлен дорожкой одинаковой ширины. Найти ширину дорожки, если ее площадь равна 80 % площади газона.
- 8.Клумба прямоугольной формы со сторонами 3 и 1,5 м окаймлена дорожкой одинаковой ширины. Найти ширину дорожки, если ее площадь в 5 раз больше площади клумбы.
- 9.. Два трактора , работая вместе, могут вспахать зябь на 18ч быстрее, чем один первый трактор, и на 32ч быстрее, чем один второй трактор. За сколько часов может вспахать зябь каждый трактор?
10. В сосуд, содержащий 7 литров 15-процентного водного раствора некоторого вещества добавили 8 литров воды. Сколько процентов составит концентрация получившегося раствора?

11. Первый и второй насосы наполняют бассейн за 10 минут, второй и третий-за 15 минут, а первый и третий- за 24 минуты. За сколько минут эти три насоса наполнят бассейн, работая вместе?
12. В магазине «Сделай сам» мебель продаётся в разобранном виде. При желании покупатель может заказать сборку мебели на дому, стоимость которой составляет 15% от стоимости самой мебели. Во сколько рублей обойдётся кухонный шкаф вместе со сборкой, если без сборки он продаётся за 3200 рублей?
13. Три килограмма черешни стоят столько же, сколько пять килограммов вишни, а три килограмма вишни-столько же, сколько два килограмма клубники. На сколько процентов килограмм клубники дешевле килограмма черешни?
14. Налог на доходы составляет 13% от заработной платы. После удержания налога Мария Ивановна получила 13920 рублей. Сколько рублей составляет заработная плата Марии Ивановны?
15. Цена на принтер была понижена на 20% и составила 4800 рублей. Сколько рублей стоил принтер до понижения цены?
16. В четверг акции компании подорожали на некоторое число процентов, а в пятницу подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоять на 9% дешевле, чем при открытии торгов в четверг. На сколько процентов подорожали акции компании в четверг?
17. 1 киловатт-час электроэнергии стоит 1руб.80 коп. 1 ноября счётчик электроэнергии показывал: 12625 киловатт-часов, а 1 декабря-12802 киловатт-часа. Сколько рублей нужно заплатить хозяину квартиры за электроэнергию за ноябрь?
18. Одна таблетка лекарства весит 20 мг и содержит 11% активного вещества. Ребёнку в возрасте до 6 месяцев врач прописывает 1,32 мг активного вещества на каждый килограмм веса в сутки. Сколько таблеток этого лекарства следует дать ребёнку весом 5 кг в течении суток?
19. Заказ на 140 деталей первый рабочий выполняет на 4 быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 4 детали больше?
20. Каждый день во время конференции расходуется 120 пакетиков чая. Конференция длится 3 дня, Чай продаётся в пачках по 50 пакетиков. Какое наименьшее количество пачек нужно купить на все дни конференции?
21. Моторная лодка прошла против течения 24 км и вернулась обратно, затратив на обратный путь на 20 минут меньше, чем при движении против течения. Найдите скорость (км/час) лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки 3 км/час.
22. Тетрадь стоит 30 рублей. Какое наибольшее число таких тетрадей можно будет купить на 950 рублей после понижения цены на 25%?
23. В спортивном лагере по настольному теннису каждый день ломается или теряется 8 теннисных шариков. Лагерная смена длится 18 дней. Шарик продаётся упаковками по 10 штук. Какое наименьшее количество упаковок шариков нужно купить на одну лагерную смену?
24. Первый сплав содержит 5% меди, второй-11% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 4 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 10% меди. Найдите массу третьего сплава.
25. По двум параллельным железнодорожным путям друг навстречу другу следует скорый и пассажирский поезда, скорости которых соответственно равны 75 км/час и 30 км/час. Длина пассажирского поезда равна 750 метров. Найдите длину скорого поезда, если время, за которое он прошёл мимо пассажирского поезда, равно 36 секундам. Ответ дайте в метрах.
26. Для ремонта квартиры купили 42 рулона обоев. Какое наименьшее количество пачек обойного клея нужно купить, если одна пачка клея рассчитана на 8 рулонов?

27. Два лесничих отправляются из одного и того же места до опушки леса, находящейся в 4,3 км от места отправления. Один идёт со скоростью 4 км/час, а другой – со скоростью 4,6 км/час. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от точки отправления произойдёт их встреча? Ответ дайте в километрах.
28. Численность волков в двух заповедниках в 2019 году составляла 220 особей. Через год обнаружили, что в первом заповеднике численность волков возросла на 10%, а во втором – на 20%. В результате общая численность волков в двух заповедниках составила 250 особей. Сколько волков было в каждом заповеднике в 2019 году?
29. Из пункта А круговой трассы, длина которой равна 30 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобилиста, скорость первого равна 92 км/час, скорость второго – 77 км/час. Через сколько минут первый автомобилист будет опережать второго ровно на 1 круг?
30. Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 3500 рублей. До установки счётчиков за воду платили 1700 рублей ежемесячно. После установки счётчиков ежемесячная оплата воды стала составлять 1100 рублей ежемесячно. Через какое наименьшее количество месяцев экономия по оплате воды превысит затраты на установку счётчиков, если тарифы на воду не изменятся?
31. В розницу один номер еженедельного журнала «Репортаж» стоит 26 руб., а полугодовая подписка на этот журнал стоит 590 руб. За полгода выходит 25 номеров журнала. Сколько рублей экономит Иван за полгода, если не будет покупать каждый номер журнала отдельно, а оформит подписку?
32. Под строительную площадку отвели участок прямоугольной формы, длина которого на 30 метров больше его ширины. При утверждении плана застройки выяснилось, что граница участка проходит по территории водоохраной зоны, поэтому его ширину уменьшили на 20 метров. Найдите длину участка, если после утверждения плана застройки площадь участка составила 2400 кв. метров.

**Форма отчётности:** письменная работа, оформленная в тетради.

**Основные источники:**

1. М.И. Башмаков, Математика, Москва, Издательский центр «Академия», 2015 г.

**Дополнительные источники для обучающихся:**

1. Атанасян Л.С., «Геометрия 10-11» Москва «Просвещение», 2004 г.
2. Под редакцией А.Н. Колмогорова, «Алгебра и начала анализа» (10-11 класс), Москва, «Просвещение», 2015 г.
3. Погорелов А.В., «Геометрия» (10-11 класс), Москва, «Просвещение», 2009 г.
4. Под редакцией А.Л. Семенова, И.В. Яценко. Математика. ЕГЭ 2018-2021 г. Тренировочные тестовые задания. М., «Экзамен», 2018-2021 г.
5. Н. Рыбкин «Сборник задач по геометрии» (стереометрия для 9-10 классов), Москва «Просвещение», 1974 г.

**Интернет ресурсы:**

Геометрический портал, режим доступа [www.neive.by.ru](http://www.neive.by.ru)  
Графики функций, режим доступа [graphfunk.narod.ru](http://graphfunk.narod.ru)  
ЕГЭ по математике: подготовка к тестированию, режим доступа [www.uztest.ru](http://www.uztest.ru)  
Математика в помощь школьнику и студенту (тесты по математике online), режим доступа [www.mathtest.ru](http://www.mathtest.ru)  
Математика в Открытом колледже, режим доступа [www.mathematics.ru](http://www.mathematics.ru)  
Методика преподавания математики, режим доступа [methmath/chat/ru](http://methmath/chat/ru)